

علی هاشمی

نام آزمون: آمار توصیفی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- داده‌های $x_i = 1, 2, 3, 4, 5$ مفروض است. ضریب تغییرات داده‌های $u_i = 12x_i + 6$ کدام است؟

۲- در دسته‌بندی داده‌های آماری، مناسب‌ترین مقداری که می‌توانیم به هر یک از افراد یک دسته نسبت دهیم، کدام است؟

۳- مقادیر ۱۲۰ داده آماری، در بازه $[23, 59]$ می‌باشند. این داده‌ها در ۹ طبقه، دسته‌بندی شده‌اند. اگر مجموع فراوانی‌های دو دسته آخر ۱۵ باشد، چند درصد داده‌ها کمتر از ۵۱ هستند؟

۴- در یک جدول فراوانی شامل ۱۵ داده، زاویه‌ی دسته‌ی اول در نمودار دایره‌ای برابر ۷۲ درجه است. چند داده به داده‌های دسته‌ی اول اضافه کنیم تا زاویه‌ی این دسته در نمودار دایره‌ای برابر ۹۰° شود؟

۵- پانزده داده آماری با واریانس ۱۲ و ده داده آماری دیگر با واریانس $7/6$ را با هم ترکیب می‌کنیم. اگر میانگین هر دو گروه یکسان باشند، انحراف معیار ۲۵ داده حاصل کدام است؟

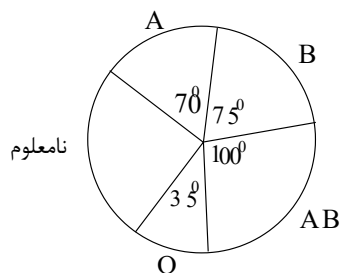


mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس



۶- نمودار دایره‌ای روبه‌رو، متناسب با تعداد کارکنان سازمانی با گروه خونی متمایز است. گروه خونی ۳۲ نفر از آنان تعیین نشده است. چند نفر از آنها، دارای نوع خون B هستند؟



۷- در ۵۰ داده آماری مجموع تمام داده‌ها برابر ۱۰۰ و مجموع مجزورات این داده‌ها برابر ۲۷۲ می‌باشد ضریب تغییرات کدام است؟

۸- واریانس داده‌های ۷۲، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۵، ۹۱، تقریباً کدام است؟

۹- داده‌های جدول مقابل، داده‌های آماری پیوسته است، چند درصد داده‌ها، در فاصله ی (۲۱٫۵ ، ۱۸٫۵) قرار دارند؟

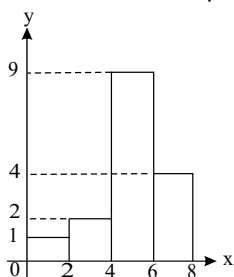
مرکز دسته	۱۴	۱۷	۲۰	۲۳	۲۶
فراوانی تجمعی	۵	۱۳	۲۵	۳۴	۴۰

۱۰- در یک سری داده‌ی آماری، میانگین برابر ۶ و ضریب تغییرات برابر ۳ است. میانگین مجزورات این داده‌ها کدام است؟

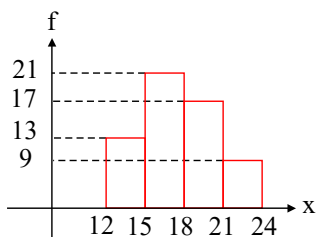




۱۱- در شکل زیر، نمودار مستطیلی یک سری داده‌ی آماری پیوسته‌ی دسته‌بندی شده، رسم شده است. ضریب تغییرات داده‌ها کدام است؟



۱۲- از داده‌های آماری با نمودار مستطیلی مقابل، سه داده‌ی ۱۴ و ۱۶ و ۱۶ حذف شده است. در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، بزرگترین زاویه‌ی مرکزی نظیر دسته‌ها، چند درجه است؟



۱۳- جمع‌آوری داده‌ها به کدام طریق مورد قبول نیست؟

۱۴- میانگین ۵۰ داده‌ی دسته‌بندی شده‌ی زیر با روش سریع کدام است؟

x	۱۱۰	۱۱۶	۱۲۲	۱۲۸	۱۳۴
F	۵	۸	۱۵	۱۲	۱۰





۱۵ - جدول زیر، زاویه‌ی مرکزی هر دسته در داده‌های پیوسته‌ی دسته‌بندی شده را نشان می‌دهد. میانگین داده‌ها کدام است؟

حدود دسته‌ها	$[۲, ۶)$	$[۶, ۱۰)$	$[۱۰, ۱۴)$	$[۱۴, ۱۸]$
زاویه‌ی مرکزی	۷۲°	α	۱۴۴°	۳۶°

۱۶ - واریانس ۵ داده‌ی آماری برابر صفر است. اگر سه داده ۵، ۸، ۱۰ را به داده‌ها اضافه کنیم، میانگین داده‌ها ۶ می‌شود. واریانس کل ۸ داده کدام است؟

۱۷ - اگر مجموع ۲۰ داده‌ی آماری برابر ۱۴۰ و مجموع مربعات این داده‌ها برابر ۱۶۰۰ باشد، اختلاف واریانس و انحراف معیار این داده‌ها کدام است؟

۱۸ - داده‌های آماری در ۹ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. فراوانی تجمعی نسبی در دسته‌ی چهارم و پنجم به ترتیب $۰/۲۸$ و $۰/۴۰$ است. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی پنجم چند درجه است؟

۱۹ - اگر ۲۰ داده‌ی آماری را دو برابر کرده و سپس ۷ واحد از هر کدام کم کنیم، ضرب تغییرات داده‌های جدید، $۱/۵$ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های قبلی کدام است؟





۲۰- هشت داده‌ی آماری با میانگین ۱۱ و انحراف معیار $\sqrt{10}$ داریم. اگر یک داده‌ی جدید با مقدار ۲ به آن‌ها اضافه شود واریانس کل ۹ داده‌ی حاصل تقریباً کدام است؟

۲۱- در ۶۰۰ داده‌ی آماری با میانگین ۳۶، به سه برابر هر یک از داده‌ها ۵ واحد اضافه می‌کنیم تا داده‌های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

۲۲- در داده‌های ۲۰، ۱۷، ۲۱، ۲۳، ۲۲، ۲۰، ۱۵، ۱۷، ۱۸، ۲۱، ۲۴ و ۲۰، میانگین مقادیر چارک اول، میانه و مد تقریباً کدام است؟

۲۳- سه داده‌ی آماری با میانگین ۶ مفروض است. اگر داده‌ی ۲ به آن‌ها اضافه شود، ضریب تغییرات ۴ داده‌ی موجود $1/2$ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع مربعات ۳ داده‌ی اولیه کدام است؟

۲۴- یک سری داده‌ی آماری به ۱۲ دسته با طول یکسان دسته‌بندی شده‌اند. حدود دسته‌ی اول (۱۷، ۲۱) است. اگر مجدداً این داده‌ها به ۸ دسته با طول یکسان دسته‌بندی شوند، مرکز دسته‌ی سوم در دسته‌بندی جدید کدام است؟ (در هر دو دسته‌بندی، کران پایین دسته‌ی اول و کران بالای دسته‌ی آخر به ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌ها هستند.)





۲۵- جدول مقابل درصد نمرات داوطلبی با ضرایب متفاوت است. اگر حداقل میانگین برای پذیرش ۷۵ باشد. حداقل نمره ادبیات وی برای پذیرش کدام است؟

اختصاصی	زبان	معارف	ادبیات فارسی	درس
۷۰	۸۱	۹۰	?	درصد نمره
۸	۳	۲	۴	ضریب

۲۶- ضریب تغییرات در داده‌های آماری، ۰٫۰۸ محاسبه شده است. اگر به هر داده مفروض ۵ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات حاصل ۰٫۰۷۵ خواهد شد. میانگین داده‌های اولیه کدام است؟

۲۷- انحراف معیار اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ چند برابر انحراف معیار اعداد ۲، ۴، ۶ و ۸ است؟

۲۸- اگر میانگین و واریانس داده‌های $x_1, x_2, \dots$ و x_1 به ترتیب برابر ۴ و ۵ باشد، ضریب تغییرات داده‌های $2 + 3x_1, 2 + 3x_2, \dots$ و $2 + 3x_1$ کدام است؟

۲۹- در دسته‌بندی ۱۳۵ داده‌ی آماری در ۱۵ طبقه، حدود دسته‌ی چهارم به صورت $[74, 77]$ است. اگر این داده‌ها در ۹ طبقه دسته‌بندی شوند، کران پایین دسته‌ی آخر، کدام است؟





۳۰- جدول مقابل، درصد فراوانی تجمعی در گروه‌های سنی مختلف در یک جامعه را نشان می‌دهد. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به سطح گروه سنی بین ۲۰ و ۳۰ سال چند درجه است؟

کران بالای سن	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۱۲۰
درصد فراوانی تجمعی	۱۷	۳۶	۵۱	۷۰	۱۰۰





پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ ابتدا ضریب تغییرات داده‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ را حساب می‌کنیم.

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} ((1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2)$$

$$= \frac{1}{5} (4 + 1 + 0 + 1 + 4) = \frac{10}{5} = 2 \rightarrow \sigma = \sqrt{2} \sim 1,4$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,4}{3}$$

حال اگر داده‌ها را ۱۲ برابر کنیم میانگین و انحراف معیار نیز ۱۲ برابر می‌شوند و اگر ۶ واحد به داده‌ها اضافه کنیم، انحراف معیار تغییر نمی‌کند و به میانگین ۶ واحد اضافه می‌شود.

$$C_{V_{\text{جدید}}} = \frac{12 \times 1,4}{(12 \times 3) + 6} = \frac{16,8}{42} = 0,4$$

۲ - گزینه ۱ مرکز دسته یا نماینده‌ی دسته، مناسب‌ترین مقداری است که به هر یک از افراد دسته نسبت می‌دهیم.

۳ - گزینه ۲

$$R = \text{Max} - \text{Min} = 59 - 23 = 36, \quad C = \frac{R}{n} = \frac{36}{9} = 4$$

بنابراین ۹ دسته به صورت زیر هستند.

$$\underbrace{[23, 27), [27, 31), [31, 35), [35, 39), [39, 43), [43, 47), [47, 51)}_x, \quad \underbrace{[51, 55), [55, 59]}_{15}$$

$$51 = \text{تعداد داده‌های کمتر از } x \rightarrow x + 15 = 120 \rightarrow x = 120 - 15 = 105$$

$$51 = \text{درصد داده‌های کمتر از } x \rightarrow \frac{x}{120} \times 100 = \frac{105}{120} \times 100 = 87,5$$

۴ - گزینه ۴

$$d_i = \frac{360}{N} \times F_i \rightarrow 72 = \frac{360}{15} \times F_i \rightarrow F_i = 3$$

اگر تعداد داده‌های اضافه شده به دسته‌ی اول را x بنامیم داریم:

$$90 = \frac{360}{x+15} (3+x) \rightarrow 1 = \frac{4(x+3)}{x+15} \rightarrow x+15 = 4x+12 \rightarrow 3x=3 \rightarrow x=1$$

۵ - گزینه ۲ طبق رابطه واریانس خواهیم داشت:

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow 12 = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2 = 180$$

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow 7,6 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 76$$

باتوجه به اینکه میانگین هر دو دسته، یکسان است پس وقتی آنها را با هم ترکیب کنیم، میانگین تغییر نمی‌کند و فقط تعداد داده‌ها، ۲۵ می‌شود.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{25} (180 + 76) = \frac{256}{25}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{256}{25}} = \frac{16}{5} = 3,2$$

۶ - گزینه ۲ جمع زوایا در نمودار دایره‌ای برابر 360° است.

$$70 + 75 + 100 + 35 + x = 360^\circ \rightarrow x = 80^\circ$$

$$d_i = \frac{360}{N} F_i \rightarrow 80 = \frac{360}{N} \times 32 \rightarrow N = \frac{360 \times 32}{80} = 144$$

$$d_i = \frac{360}{N} F_i \rightarrow 75 = \frac{360}{144} F_i \rightarrow F_i = \frac{75 \times 144}{360} = 30$$

البته پس از پیدا کردن زاویه‌ی 80° می‌توان، با یک تناسب مسئله را حل کرد.

زاویه تعداد



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس



۸۰°

۳۲

۷۵°

$$x \rightarrow F_B = \frac{32 \times 75}{80} = 30$$

۷ - گزینه ۴

میانگین این داده‌ها برابر ۲ است. $\bar{x} = \frac{100}{50} = 2$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{272}{50} - (2)^2 = \frac{136}{25} - 4 = \frac{36}{25} \rightarrow \sigma = \frac{6}{5}$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{6}{5}}{2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

۸ - گزینه ۲ برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۷۴ واحد کم می‌کنیم. (اگر به تمام داده‌ها مقدار ثابتی اضافه یا کم کنیم در واریانس تغییری ایجاد نمی‌شود)

-۲, -۲, -۱, ۰, ۱, ۱, ۱۷

$$\bar{x} = \frac{-2 - 2 - 1 + 1 + 1 + 17}{7} = \frac{14}{7} = 2$$

$$\delta^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{7} ((-2 - 2)^2 + (-2 - 2)^2 + (-1 - 2)^2 + (0 - 2)^2 + (1 - 2)^2 + (1 - 2)^2 + (17 - 2)^2)$$

$$= \frac{272}{7} \sim 38.8$$

۹ - گزینه ۳

$$(18.5, 21.5) \Rightarrow \text{مرکز دسته} = \frac{18.5 + 21.5}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

طرح سوال درصد فراوانی نسبی دسته‌ای که مرکز دسته‌ی آن ۲۰ می‌باشد را خواسته است.

$$\text{درصد فراوانی نسبی} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \times 100 \Rightarrow \text{درصد فراوانی نسبی} = 100 \times \text{فراوانی نسبی}$$

$$\Rightarrow \text{درصد فراوانی نسبی} = \frac{25 - 13}{40} \times 100 = \frac{12}{40} \times 100 = 30$$

دقت کنید فراوانی تجمعی آخرین طبقه در جدول برابر تعداد کل داده‌ها است. و اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی i ام و $(i+1)$ ام فراوانی مطلق دسته‌ی $(i+1)$ ام را می‌دهد.

$$10 - \text{گزینه ۳ دقت کنید که میانگین مجزورات داده‌ها} \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} \text{ است.}$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 3 = \frac{\sigma}{0.6} \Rightarrow \sigma = 1.8 \Rightarrow \sigma^2 = 3.24$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \Rightarrow 3.24 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - 0.36 \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} = 3.24 + 0.36 = 3.6$$

۱۱ - گزینه ۱

ابتدا از روی نمودار، جدول فراوانی را رسم می‌کنیم.

حدود دسته‌ها	[۰, ۲)	[۲, ۴)	[۴, ۶)	[۶, ۸]
فراوانی مطلق	۱	۲	۹	۴
مرکز دسته‌ها	۱	۳	۵	۷

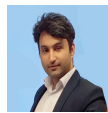
ابتدا باید میانگین را حساب کنیم.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{16} ((1 \times 1) + (2 \times 3) + (9 \times 5) + (4 \times 7)) = \frac{80}{16} = 5$$

حال، واریانس را حساب می‌کنیم.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{16} (1(1-5)^2 + 2(3-5)^2 + 9(5-5)^2 + 4(7-5)^2) = \frac{40}{16} = 2.5 \rightarrow \sigma = \sqrt{2.5}$$





$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2,5}}{5} = \frac{\sqrt{25 \times 0,1}}{5} = \frac{5\sqrt{0,1}}{5} = \sqrt{0,1} = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

۱۲ - گزینه ۳ ابتدا با توجه به نمودار مستطیلی، جدول فراوانی را می‌نویسیم.

حدود دسته‌ها	۱۲ - ۱۵	۱۵ - ۱۸	۱۸ - ۲۱	۲۱ - ۲۴
فراوانی مطلق	۱۳	۲۱	۱۷	۹

اگر داده‌های ۱۴ و ۱۶ و ۱۶ را حذف کنیم یک داده از دسته‌ی اول و دو داده از دسته‌ی دوم کم می‌شوند پس جدول فراوانی جدید به این صورت است:

حدود دسته‌ها	۱۲ - ۱۵	۱۵ - ۱۸	۱۸ - ۲۱	۲۱ - ۲۴
فراوانی مطلق	۱۲	۱۹	۱۷	۹

$\rightarrow N = 12 + 19 + 17 + 9 = 57$

و می‌دانیم بزرگترین زاویه‌ی مرکزی در نمودار دایره‌ای مربوط به دسته‌ای است که فراوانی مطلق آن بیشتر است. (دسته‌ی دوم)

$$d_i = \frac{360}{N} \times F_i = \frac{360}{57} \times 19 = 120^\circ$$

۱۳ - گزینه ۴ در جمع‌آوری داده‌ها نباید از پرسش‌های هدایت‌کننده استفاده کنیم.

۱۴ - گزینه ۲ برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۲۰ واحد کم می‌کنیم.

$x_i - 120$	-۱۰	-۴	۲	۸	۱۴
F_i	۵	۸	۱۵	۱۲	۱۰

$$\begin{aligned} \bar{x} - 120 &= \frac{1}{50}((-10 \times 5) + (-4 \times 8) + (2 \times 15) + (8 \times 12) + (14 \times 10)) \\ &= \frac{1}{50}(-50 - 32 + 30 + 96 + 140) = \frac{184}{50} = 3,68 \rightarrow \bar{x} = 120 + 3,68 = 123,68 \end{aligned}$$

۱۵ - گزینه ۳

$$72^\circ + \alpha + 144^\circ + 36^\circ = 360^\circ \rightarrow \alpha = 108^\circ$$

مجموع تمام زوایا در نمودار دایره‌ای برابر 360° می‌باشد.

$$d_i = \frac{360}{N} F_i \rightarrow d_i = 360 f_i \rightarrow f_i = \frac{d_i}{360}$$

یعنی با تقسیم زوایا بر 360 می‌توانیم فراوانی نسبی هر دسته را بدست آوریم.

حدود دسته‌ها	$[2, 6)$	$[6, 10)$	$[10, 14)$	$[14, 18]$
فراوانی نسبی	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{1}{10}$
مرکز دسته‌ها	۴	۸	۱۲	۱۶

میانگین را می‌توان از مجموع حاصل ضرب فراوانی نسبی هر دسته در مرکز آن دسته بدست آورد.

$$\bar{x} = 4\left(\frac{2}{10}\right) + 8\left(\frac{3}{10}\right) + 12\left(\frac{4}{10}\right) + 16\left(\frac{1}{10}\right) = \frac{96}{10} = 9,6$$

۱۶ - گزینه ۲ چون واریانس ۵ داده آماری برابر صفر است پس همه آنها با هم برابرند؛ بنابراین می‌توان آنها را به صورت a, a, a, a نشان داد. با اضافه کردن این سه داده، هشت داده به این صورت خواهند شد: $a, a, a, a, a, 5, 8, 10$

$$\bar{x} = \frac{a + a + a + a + a + 5 + 8 + 10}{8} = 6 \rightarrow 5a + 23 = 48 \rightarrow 5a = 25 \rightarrow a = 5$$

حال، باید واریانس داده‌های $5, 5, 5, 5, 5, 8, 10$ را حساب کنیم که میانگینشان هم ۶ است.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{8}((5-6)^2 + (5-6)^2 + (5-6)^2 + (5-6)^2 + (5-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2) = \frac{26}{8} = \frac{13}{4} = 3,25$$

۱۷ - گزینه ۱

$$\bar{x} = \frac{140}{20} = 7, \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{20}^2 = 1600$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 = \frac{1600}{20} - (7)^2 = 80 - 49 = 31 \rightarrow \sigma = \sqrt{31}$$

بنابراین اختلاف واریانس و انحراف معیار برابر $\sqrt{31} - 31$ است.

۱۸ - گزینه ۴ اختلاف فراوانی تجمعی نسبی دو دسته $\bar{a}_m$ و $\bar{a}_{(i+1)}$ ، فراوانی نسبی دسته‌ی $\bar{a}_{(i+1)}$ را می‌دهد.

$$12, 28, 40 = \text{فراوانی نسبی دسته‌ی پنجم}$$

$$d_i = \frac{360}{N} \times F_i = 360 \times \text{فراوانی نسبی} = 360 \times 0,12 = 43,2$$

۱۹ - گزینه ۱ وقتی داده‌های آماری را دو برابر کنیم، انحراف معیار و میانگین نیز دو برابر می‌شوند و وقتی از داده‌ها ۷ واحد کم می‌کنیم انحراف معیار تغییر نمی‌کند ولی از میانگین ۷ واحد کم می‌شود.





$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}}, \quad CV_{\text{جدید}} = \frac{2\sigma}{2\bar{x} - 7}$$

$$CV_{\text{جدید}} = 1.5 CV_{\text{قدیم}} \rightarrow \frac{2\sigma}{2\bar{x} - 7} = 1.5 \times \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \frac{2}{2\bar{x} - 7} = \frac{1.5}{\bar{x}}$$

$$\rightarrow 3\bar{x} - 10.5 = 2\bar{x} \rightarrow \bar{x} = 10.5$$

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} \rightarrow 10.5 = \frac{x}{20} \rightarrow x = 210$$

۲۰ - گزینه ۴

$$\bar{x} = 11 \rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = 11 \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_n = 11n \rightarrow \sum_{i=1}^n x_i = 11n$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow 10 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - 121 \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} = 131 \rightarrow \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1048$$

با اضافه کردن داده‌ی جدید $x = 2$ داریم:

$$\text{مجموع داده‌ها در حالت جدید} = 11n + 2 = 90 \rightarrow \sum_{i=1}^n x_i = 90$$

$$\text{مجموع مربعات داده‌ها در حالت جدید} = 1048 + 2^2 = 1052 \rightarrow \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1052$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{1052}{9} - \left(\frac{90}{9}\right)^2 = \frac{1052}{9} - 100 = \frac{152}{9} \sim 16.9$$

۲۱ - گزینه ۱ می‌دانیم $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ است و توجه کنید که اگر تمام داده‌ها ۳ برابر شوند انحراف معیار و میانگین نیز ۳ برابر می‌شوند و اگر به داده‌ها ۵ واحد اضافه کنیم انحراف معیار تغییری نمی‌کند ولی به میانگین ۵ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}}, \quad CV_{\text{جدید}} = \frac{3\sigma}{3\bar{x} + 5}$$

$$\frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{قدیم}}} = \frac{\frac{3\sigma}{3\bar{x} + 5}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}} = \frac{3\bar{x}}{3\bar{x} + 5} = \frac{108}{113}$$

۲۲ - گزینه ۲ داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$15, 17, 17, 18, 20, 20, 20, 21, 21, 22, 23, 24$$

$$Q_1 = 17.5, \quad Q_3 = 21.5$$

چارک اول برابر ۱۷٫۵، مد برابر ۲۰ و میانه نیز برابر ۲۰ است و میانگین این سه مقدار برابر است با:

$$\frac{17.5 + 20 + 20}{3} = \frac{57.5}{3} = 19.1\bar{6}$$

۲۳ - گزینه ۲

$$x_1, x_2, x_3 \rightarrow \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = 6 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 18$$

اگر داده‌ی ۲ به این ۳ داده اضافه شود میانگین این ۴ داده برابر ۵ می‌شود.

$$CV_{\text{جدید}} = 1.2 CV_{\text{قدیم}} \rightarrow \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{5} = 1.2 \frac{\sigma_{\text{قدیم}}}{6} \rightarrow \sigma_{\text{جدید}} = \sigma_{\text{قدیم}} \rightarrow \sigma_{\text{جدید}}^2 = \sigma_{\text{قدیم}}^2$$

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4}{4} - 25 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{3} - 36$$

با فرض $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = A$ داریم:

$$\frac{A + 4}{4} - 25 = \frac{A}{3} - 36 \rightarrow \frac{A}{4} - \frac{A + 4}{4} = 11 \xrightarrow{\times 12} 3A - A - 12 = 132$$

$$\rightarrow A = 144 \rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 144$$

توجه کنید که واریانس از رابطه‌ی $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \bar{x}^2$ نیز محاسبه می‌شود.

۲۴ - گزینه ۳

$$R = 4 \times 12 = 48 \quad (\text{دامنه‌ی تغییرات}) \Rightarrow 21 - 17 = 4 \Rightarrow \text{طول دسته‌ها}$$





$$\frac{48}{8} = 6 \Rightarrow \text{دسته‌ی سوم جدید} = [29, 35)$$

$$\Rightarrow \text{مرکز دسته‌ی سوم جدید} = \frac{35 + 29}{2} = 32$$

۲۵ - گزینه ۳ وقتی گفته می‌شود که حداقل میانگین برای پذیرش ۷۵ است یعنی $\bar{x} \geq 75$ است.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \rightarrow \frac{1}{4+2+3+8} (4x + (2 \times 90) + (3 \times 81) + (8 \times 70)) \geq 75$$

$$\rightarrow \frac{1}{17} (4x + 180 + 243 + 560) \geq 75 \rightarrow \frac{4x + 983}{17} \geq 75$$

$$\rightarrow 4x + 983 \geq 1275 \rightarrow 4x \geq 1275 - 983 \rightarrow 4x \geq 292 \rightarrow x \geq \frac{292}{4} \rightarrow x \geq 73$$

بنابراین حداقل نمره ادبیات باید ۷۳ باشد.

۲۶ - گزینه ۳ ابتدا CV قدیم را در نظر می‌گیریم:

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 0.08 = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \sigma = 0.08\bar{x}$$

اگر به تمام داده‌ها ۵ واحد اضافه شود انحراف معیار تغییر نمی‌کند ولی به میانگین، ۵ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma}{\bar{x} + 5} \rightarrow 0.075 = \frac{0.08\bar{x}}{\bar{x} + 5} \rightarrow \frac{75}{1000} = \frac{\frac{8}{100}\bar{x}}{\bar{x} + 5} \rightarrow 80\bar{x} = 75\bar{x} + 375$$

$$\rightarrow 5\bar{x} = 375 \rightarrow \bar{x} = \frac{375}{5} = 75$$

۲۷ - گزینه ۳ برای حل سوال با کمی دقت می‌توان فهمید که داده‌های دسته دوم، همان داده‌های دسته‌های اول می‌باشد که دو برابر شده است. باید توجه داشت، هرگاه همه داده‌ها را k برابر کنیم، واریانس k^2 برابر و انحراف معیار $|k|$ برابر خواهد شد. بنابراین انحراف معیار داده‌های دسته دوم ۲۰ می‌باشد و داریم:

$$\frac{\sigma}{2\sigma} = \frac{1}{2}$$

۲۸ - گزینه ۱ قبل حل سوال توجه داشته باشید، اگر میانگین، انحراف معیار و واریانس $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر $\bar{x}$ و σ^2 باشد، میانگین، انحراف معیار و واریانس $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ برابر است با $a\bar{x} + b$ و $|a|\sigma$ و σ^2 .

لذا می‌توان میانگین، انحراف معیار و واریانس $3x_i + 2$ به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\bar{x}' = 3\bar{x} + 2 = 3(5) + 2 = 17$$

$$\sigma' = |3|\sigma = 3 \times \sqrt{4} = 6$$

پس ضریب تغییرات داده‌های $3x_i + 2$ برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma'}{\bar{x}'} = \frac{6}{17}$$

۲۹ - گزینه ۴

$$n = 15 \text{ تعداد دسته‌ها} \Rightarrow R = n \cdot C = 3 \times 15 = 45 \text{ دامنه‌ی تغییرات}$$

$$C = 77 - 74 = 3 \text{ طول دسته}$$

از طرفی داریم:

$$110 = 77 + 11 \times 3 = (15 - 4)C + \text{کران بالای دسته‌ی چهارم} = \text{کران بالای دسته‌ی آخر (15ام)} = \text{ماکسیمم داده‌ها}$$

باید دانست که با تغییر طول دسته یا تعداد دسته‌ها، دامنه‌ی تغییرات تغییر نمی‌کند.

حال با تغییر تعداد طبقات داریم:

$$C' = \frac{R}{n'} = \frac{45}{9} = 5$$

$$C' = 110 - 5 = 105 - \text{ماکسیمم داده‌ها} = \text{کران پایین دسته‌ی آخر}$$

۳۰ - گزینه ۲ اولاً چون کران بالای دسته‌ها مشخص شده است، پس گروه سنی بین ۲۰ و ۳۰ سال (دارای کران بالای ۳۰ است) همان دسته‌ی سوم می‌باشد. بنابراین به دنبال زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی سوم داده‌ها در نمودار دایره‌ای می‌باشیم.

از طرفی می‌توان درصد فراوانی هر دسته را از تفاضل درصد فراوانی تجمعی آن دسته و دسته‌ی ماقبل آن به دست آورد، بنابراین:

$$15\% = \frac{15}{100} = \text{فراوانی نسبی دسته‌ی سوم} \Rightarrow 15 - 36 = 15 = \text{درصد فراوانی دسته‌ی سوم}$$

$$d_3 = \underbrace{\frac{F_3}{N}}_{\text{فراوانی نسبی}} \times 360^\circ = 0.15 \times 360^\circ = 54^\circ$$

فراوانی نسبی



پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۶ - ۲	۱۱ - ۱	۱۶ - ۲	۲۱ - ۱	۲۶ - ۳
۲ - ۱	۷ - ۴	۱۲ - ۳	۱۷ - ۱	۲۲ - ۲	۲۷ - ۳
۳ - ۲	۸ - ۲	۱۳ - ۴	۱۸ - ۴	۲۳ - ۲	۲۸ - ۱
۴ - ۴	۹ - ۳	۱۴ - ۲	۱۹ - ۱	۲۴ - ۳	۲۹ - ۴
۵ - ۲	۱۰ - ۳	۱۵ - ۳	۲۰ - ۴	۲۵ - ۳	۳۰ - ۲



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس