



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : یازدهم تجربی

نام دبیر : سید علی موسوی

عنوان آزمون : فصل ۴ - مثلثات



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس

۱ مجموع دو زاویه ۷۵ درجه است، عدد زاویه کوچکتر برحسب گراد یک واحد از عدد زاویه بزرگتر برحسب درجه بیشتر است، تفاضل دو زاویه چند درجه است؟

۵ (۱) ۴/۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

۲ بیشترین مقدار عبارت  $\sin(x+y) + \cos(x-y)$  کدام است؟

۲ (۱) ۱ (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)

۳ اگر مجموع دو زاویه ۱۰۰ گراد و یکی از آنها ۳۶۰ درجه باشد دیگری چند گراد است؟

۴۰ (۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۰ (۴)

۴ اگر  $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$  باشد، حاصل  $\sqrt{1 + \tan^2 x} \left( 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin^2 x \right)$  کدام است؟

$\sin x$  (۱)  $\cos x$  (۲)  $-\sin x$  (۳)  $-\cos x$  (۴)

۵ اگر  $\frac{\pi}{4} < x < \pi$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \left( \frac{1}{\sin x} - \sin x \right)$  کدام است؟

$-\cos^2 x$  (۱)  $-\cos x$  (۲)  $\cos^2 x$  (۳)  $\cos x$  (۴)

۶ مجموع کمانهای  $\frac{100\pi}{12}$  و ۷۵۰ درجه و ۲۳۰۰ - گراد برحسب درجه کدام است؟

۱۸۰ (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۹۰ (۴)

۷ با فرض  $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$  و  $\tan \alpha = \frac{2}{m-1}$  حدود تغییرات  $m$  کدام است؟

$m < -1$  (۱)  $m < 1$  (۲)  $-1 < m < 1$  (۳)  $-2 < m < -1$  (۴)



۸ اگر  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$  و  $\cos 2\alpha = \frac{1}{1-m}$  آنگاه حدود تغییرات  $m$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, 2)$  (۲)  $(1, \infty)$  (۳)  $[2, \infty)$  (۴)  $(-\infty, 1)$

۹ اگر  $\frac{-\pi}{9} < x < \frac{\pi}{9}$  و  $\cos 3x = \frac{m-1}{2}$  مقادیر  $m$  در کدام فاصله است؟

- (۱)  $(1, 2]$  (۲)  $(0, 2)$  (۳)  $(2, 3]$  (۴)  $[3, 4)$

۱۰ با فرض  $\frac{\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{6}$  و  $\sin x = \frac{3-m^2}{3+m^2}$  مقادیر  $m$  در کدام فاصله است؟

- (۱)  $|m| < \sqrt{3}$  (۲)  $|m| < \sqrt{2}$  (۳)  $|m| < 1$  (۴)  $|m| < \frac{1}{2}$

۱۱ حاصل عبارت  $\cos^2(\frac{5\pi}{4}) + \sin(\frac{7\pi}{6})$  برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴) ۰

۱۲ حاصل عبارت  $\sin(\frac{17\pi}{3}) \cos(\frac{-17\pi}{6}) + \tan(\frac{19\pi}{4}) \sin(\frac{-11\pi}{6})$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۳ حاصل عبارت  $\tan \frac{17\pi}{6} \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3}$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴)  $\sqrt{3}$

۱۴ حاصل عبارت  $\frac{\sin 25.0^\circ + \sin 70.0^\circ}{\cos 56.0^\circ - \cos 11.0^\circ}$  با فرض  $\tan 20^\circ = 0.4$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{7}{3}$  (۴)  $\frac{5}{8}$

۱۵ حاصل عبارت  $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$  با فرض  $\tan 15^\circ = 0.28$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{16}{9}$  (۲)  $-\frac{9}{16}$  (۳)  $\frac{9}{16}$  (۴)  $\frac{16}{9}$



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس



۱۶ حاصل عبارت  $\text{tg}(30^\circ)\text{Cos}(21^\circ) + \text{tg}(48^\circ)\text{Sin}(84^\circ)$  کدام است؟ (اعداد داده شده برحسب درجه هستند).

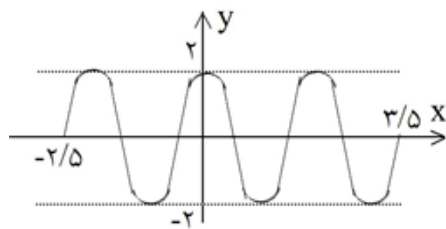
- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۷ حاصل عبارت  $\text{tg}(285^\circ)\text{tg}(-165^\circ) - \text{Sin}(1095^\circ)\text{Cos}(255^\circ)$  کدام است؟ (اعداد داده شده برحسب درجه هستند).

- (۱)  $\text{Sin}^2(15^\circ)$  (۲)  $\text{Cos}^2(15^\circ)$  (۳)  $-\text{Sin}^2(15^\circ)$  (۴)  $-\text{Cos}^2(15^\circ)$

۱۸ نمودار تابع  $y = 3\text{Sin}\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$  روی بازه  $\left[-\pi, \frac{3\pi}{4}\right]$  در چند نقطه محور xها را قطع می‌کند؟

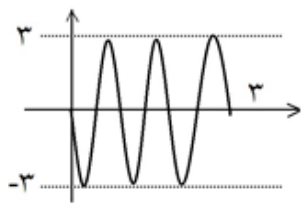
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



۱۹ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع  $y = a\text{Sin}\pi\left(\frac{1}{2} + bx\right)$  است.

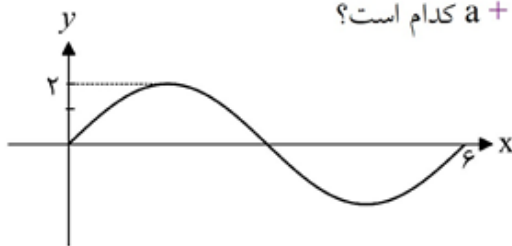
a, b کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $2/5$  (۳) ۳ (۴)  $3/5$



۲۰ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع  $y = a\text{Sin}(b\pi x)$  است. a, b کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۳ (۳)  $4/5$  (۴) ۶



۲۱ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a\text{Sin}(b\pi x)$  است. a + b کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{5}{3}$  (۳)  $\frac{7}{3}$  (۴)  $\frac{8}{3}$



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس



۲۲

شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع  $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  است.  $b$

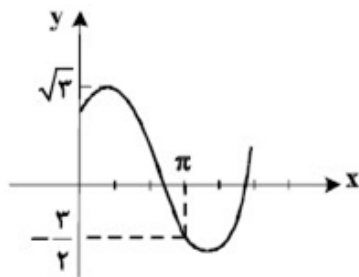
کدام است؟

$\sqrt{3}$  (۱)

$\frac{3}{2}$  (۲)

۲ (۴)

$\sqrt{3}$  (۳)



۲۳

شکل زیر نمودار تابع  $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$  در بازه  $(0, 4)$  است.

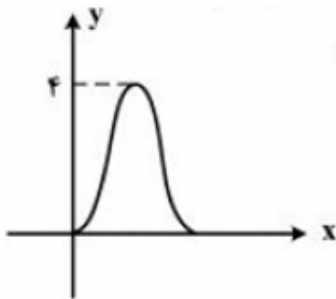
$b$  کدام است؟

-۲ (۱)

-۱ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)



۲۴

شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع  $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$  است.

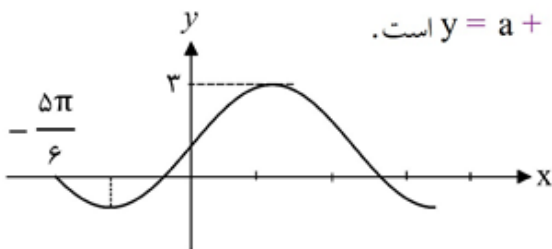
مقدار تابع در  $x = \frac{\pi}{6}$  کدام است؟

$1/5$  (۱)

۲ (۲)

$2/5$  (۳)

$1 + \sqrt{3}$  (۴)



۲۵

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه

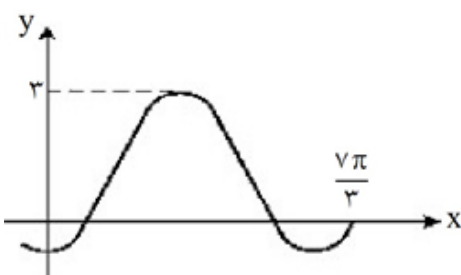
$y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  است. مقدار  $b$ ، کدام است؟

۲ (۱)

۱ (۲)

-۱ (۳)

-۲ (۴)



mydars

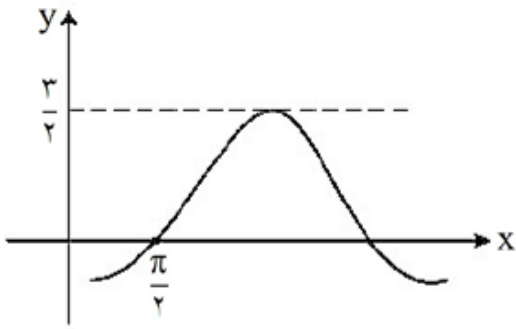
اپلیکیشن آموزشی مای درس



شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی

$$y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

است. مقدار  $a$ ، کدام است؟



$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

سید علی موسوی

۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴

مشهد مقدس



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس



۱ یادآوری: هرگاه  $\alpha$  اندازه زاویه‌ای بر حسب درجه باشد، اندازه آن بر حسب گراد برابر است با  $\frac{10}{9}\alpha$ .

فرض کنیم دو زاویه بر حسب درجه  $A$  و  $B$  باشند و  $A$  زاویه کوچکتر باشد.

$$\left. \begin{array}{l} A + B = 75 \\ \frac{10}{9}A = B + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow A + \left( \frac{10}{9}A - 1 \right) = 75 \Rightarrow \frac{19}{9}A = 76 \Rightarrow A = \frac{9 \times 76}{19} = 36$$

$$\Rightarrow B = 75 - A = 75 - 36 = 39 \Rightarrow B - A = 39 - 36 = 3$$

لذا گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲ چون کمانهای  $x + y$  و  $x - y$  متفاوتند و دو جمله عبارت مستقل از هم هستند لذا بیشینه هر کدام برابر ۱ و در

نهایت بیشینه کل عبارت برابر ۲ خواهد بود و گزینه ۱ جواب صحیح است. مثلاً برای  $x = y = \frac{\pi}{4}$

$$\sin(x + y) + \cos(x - y) = \sin \frac{\pi}{2} + \cos 0 = 2$$

۳ یادآوری: هرگاه اندازه زاویه‌ای بر حسب گراد  $G$  و بر حسب درجه  $D$  باشد خواهیم داشت:

$$\frac{G}{D} = \frac{10}{9}$$

لذا  $360$  بر حسب گراد برابر است با  $G = \frac{10}{9}D = \frac{360}{9} = 40$  پس زاویه دیگر برابر است با:

$$100 - 40 = 60 \text{ (گراد)}$$

پس گزینه ۳ جواب صحیح است.

۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} \left( 2 \sin^2 \left( \frac{\pi}{4} \right) - \sin^2 x \right) = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} (1 - \sin^2 x) = \frac{1}{|\cos x|} \cos^2 x$$

$$= |\cos x| \xrightarrow{\pi < x < \frac{3\pi}{2}} -\cos x$$



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵

$$\frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}} \left( \frac{1}{\sin x} - \sin x \right) = \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}} \left( \frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} \right)$$

$$= \frac{\cancel{\sin x}}{\cos x} \times |\cancel{\cos x}| \left( \frac{\cos^2 x}{\cancel{\sin x}} \right) = -\cos^2 x$$

کافی است که واحدهای رادیان و گراد را به درجه تبدیل کنیم می‌دانیم که هر  $\pi$  رادیان برابر  $180^\circ$  است پس کمان اول برابر  $1500 = \frac{100 \times 180}{12}$  درجه است و همچنین یک گراد برابر  $\frac{9}{10}$  درجه است پس کمان سوم بر حسب درجه برابر است با  $-2070 = -2300 \times \frac{9}{10}$  بنابراین مجموع سه کمان بر حسب درجه برابر است با:

$$1500^\circ + 750^\circ + (-2070^\circ) = 180^\circ$$

لذا گزینه ۱ جواب صحیح است.

چون  $\alpha$  یک تابع صعودی است پس: ۷

$$\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} < \operatorname{tg} \alpha < \operatorname{tg} \pi \Rightarrow -1 < \operatorname{tg} \alpha < 0 \Rightarrow -1 < \frac{2}{m-1} < 0$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{m-1} < 0 &\Rightarrow m-1 < 0 \Rightarrow m < 1 \\ -1 < \frac{2}{m-1} &\xrightarrow[\text{ضرب در } (m-1)]{} -(m-1) > 2 \Rightarrow -m+1 > 2 \Rightarrow -m > 1 \Rightarrow m < -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m < -1$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
\* چون از رابطه بالا  $m-1 < 0$  شد پس وقتی نامساوی را در  $(m-1)$  ضرب کردیم جهت نامساوی عوض شد.

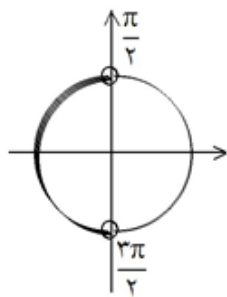


mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس



۸



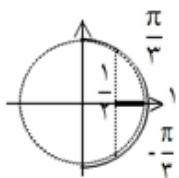
با توجه به فرض  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < 2\alpha < \frac{3\pi}{2}$  انتهای کمان  $2\alpha$  در ناحیه دوم و سوم تغییر می‌کند، پس کسینوس آن منفی خواهد شد، بنابراین  $-1 \leq \cos 2\alpha < 0$  پس با جایگذاری:

$$-1 \leq \frac{1}{1-m} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{1-m} < 0 \Rightarrow 1-m < 0 \\ \frac{1}{1-m} \geq -1 \Rightarrow \frac{1}{1-m} + 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{1-m+1}{1-m} \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \frac{2-m}{1-m} \geq 0 \Rightarrow (m \geq 2 \text{ یا } m < 1) \Rightarrow m \geq 2 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۳ جواب صحیح است.

۹



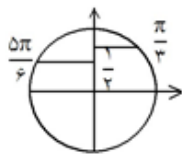
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به حدود تغییرات  $x$ ، حدود تغییرات  $3x$  از دایره مثلثاتی حدود  $\cos 3x$  را مشخص می‌کنیم:

$$-\frac{\pi}{3} < 3x < \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} < \cos 3x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{m-1}{2} \leq 1$$

$$\Rightarrow 1 < m-1 < 2 \Rightarrow 2 < m \leq 3$$

و مقادیر  $m$  در فاصله  $(2, 3]$  است و گزینه ۳ جواب صحیح است.

۱۰



$$\frac{\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{1}{2} < \sin x < 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{3-m^2}{3+m^2} < 1$$

چون  $m^2$  مثبت است پس طرف دوم همواره درست است و برای طرف اول داریم:

$$\frac{1}{2} < \frac{3-m^2}{3+m^2} \Rightarrow 3+m^2 < 6-2m^2 \Rightarrow m^2 < 1 \Rightarrow |m| < 1$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha \\ \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \end{cases} \text{ می دانیم}$$

$$\cos^2\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \sin^2\left(\frac{\sqrt{\pi}}{6}\right) = \cos^2\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) + \sin^2\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \cos^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{6} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۲)

$$\begin{aligned} & \sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{19\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right) \\ &= \sin\left(6\pi - \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(-3\pi + \frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\left(5\pi - \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(-2\pi + \frac{\pi}{6}\right) \\ &= \left(-\sin\frac{\pi}{3}\right)\left(-\cos\frac{\pi}{6}\right) + \left(-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\right)\left(\sin\frac{\pi}{6}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2} \times \frac{-\sqrt{3}}{2} + (-1)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۳)

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg}\frac{17\pi}{6}\sin\frac{11\pi}{3} + \cos\frac{10\pi}{3} = \operatorname{tg}\left(3\pi - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{3}\right) \\ &= \left(-\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\right)\left(-\sin\frac{\pi}{3}\right) - \cos\frac{\pi}{3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۴)

$$\begin{aligned} & \frac{\sin 250^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 560^\circ - \cos 110^\circ} = \frac{\sin(270^\circ - 20^\circ) + \sin(2 \times 360^\circ - 20^\circ)}{\cos(3 \times 180^\circ + 20^\circ) - \cos(90^\circ + 20^\circ)} = \frac{-\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{-\cos 20^\circ + \sin 20^\circ} \\ & \xrightarrow[\text{Cos } 20^\circ \text{ تقسیم می کنیم}]{\text{صورت و مخرج را بر}} \frac{\frac{-\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} - \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ}}{-\frac{\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} + \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ}} = \frac{-1 - \tan 20^\circ}{-1 + \tan 20^\circ} = \frac{-1 - 0/4}{-1 + 0/4} = \frac{-1/4}{-0/6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اول نسبت‌ها را به صورت ساده‌تری می‌نویسیم: (۱۵)

$$\begin{aligned} \cos(285^\circ) &= \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ \\ \sin(255^\circ) &= \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ \\ \sin(525^\circ) &= \sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ \\ \sin(105^\circ) &= \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ \\ \text{عبارت اصلی: } & \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \cos 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ - (-\cos 15^\circ)}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} \end{aligned}$$

با توجه به این که مقدار  $\tan 15^\circ$  را داریم، صورت و مخرج کسر را بر  $\cos 15^\circ$  تقسیم می‌کنیم:

$$\text{کسر} = \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} \xrightarrow{\tan 15^\circ = 0/28} \frac{0/28 + 1}{0/28 - 1} = \frac{1/28}{-0/72} = \frac{-16}{9}$$



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\text{tg } 300^\circ = -\text{tg } 60^\circ = -\sqrt{3}, \text{tg } 480^\circ = -\text{tg } 60^\circ = -\sqrt{3}$$

$$2\pi - \frac{\pi}{3} \quad 3\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Cos } 210^\circ = -\text{Cos } 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{Sin } 140^\circ = \text{Sin } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2\pi + \frac{\pi}{6} \quad 5\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$\left(-\sqrt{3} \times -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$\text{tg}(285^\circ) = \text{tg}(270^\circ + 15^\circ) = -\text{Cotg } 15^\circ$$

$$\text{tg}(-165^\circ) = -\text{tg}(180^\circ - 15^\circ) = \text{tg } 15^\circ$$

$$\text{Sin}(1095^\circ) = \text{Sin}(6\pi + 15^\circ) = \text{Sin } 15^\circ$$

$$\text{Cos}(255^\circ) = \text{Cos}(270^\circ - 15^\circ) = -\text{Sin } 15^\circ$$

$$\tan(285^\circ)\tan(-165^\circ) - \text{Sin}(1095^\circ)\text{Cos}(255^\circ) = -\cot 15^\circ \times \tan 15^\circ - \text{Sin } 15^\circ(-\text{Sin } 15^\circ)$$

$$= -1 + \text{Sin}^2 15^\circ = -(1 - \text{Sin}^2 15^\circ) = -\text{Cos}^2 15^\circ$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$3\text{Sin}\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{8}$$

$$-\pi < (2k+1)\frac{\pi}{8} < \frac{3\pi}{8} \Rightarrow -8 < 2k+1 < 12 \Rightarrow -2/25 < k < 2/75 \Rightarrow k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون برد تابع  $[-2, 2]$  است و برد تابع سینوس  $[-1, 1]$  است پس  $a = 2$  است. ۱۹

$$y = 2\text{Sin}\pi\left(\frac{1}{2} + bx\right) \Rightarrow y = 2\text{Cos}(b\pi x)$$

$$\begin{cases} x = -2/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \text{Cos}\frac{-5\pi}{2}b = 0 \\ x = 3/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \text{Cos}\frac{3\pi}{2}b = 0 \end{cases} \Rightarrow b = 1 \text{ یا } T = \frac{2\pi}{\pi b} = 2 \Rightarrow b = 1$$



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، بیشترین مقدار تابع برابر ۳ است پس:  $|a| = 3$   
همچنین با توجه به این تابع سه دوره تناوب طی کرده تا به ۳ رسیده است. پس:

$$3T = 3 \Rightarrow T = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 1 \Rightarrow |b| = 2$$

با توجه به این که مقدار تابع در بازه  $\left[0, \frac{1}{4}\right]$  نزولی است بنابراین تابع به صورت‌های زیر است:

$$y = -3 \sin 2\pi x \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = -6$$

$$y = 3 \sin(-2\pi x) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow ab = -6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار رسم شده متوجه می‌شویم دوره‌ی تناوب تابع ۶ می‌باشد و می‌دانیم دوره‌ی تناوب تابع  $y = a \sin bx$  از رابطه‌ی  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  به دست می‌آید. پس داریم:

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 6 \Rightarrow \frac{2\cancel{\pi}}{|b|\cancel{\pi}} = 6 \Rightarrow \frac{1}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

از طرفی در تابع  $y = a \sin bx$  ماکزیمم تابع برابر  $|a|$  است. چون در حاصل ماکزیمم برابر ۲ است. پس:  
 $|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$   
و  $b$  یکسان باشند. یعنی برای  $a$  و  $b$  دو حالت ایجاد می‌شود.

$$a = 2, b = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = \frac{7}{3}$$

$$a = -2, b = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -2 \sin\left(-\frac{\pi x}{3}\right) = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = -\frac{7}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شروع صعودی به ازای  $x > 0$  پس  $b > 0$  بنابراین برای آنکه تابع ماکزیمم شود باید  $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$  باشد، در نتیجه  $x = \frac{\pi}{6}$  است یعنی تابع از نقطه  $\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right)$  می‌گذرد.

$$\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right) \Rightarrow a + b \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Rightarrow a + b = \sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{3} - b$$

$$f(\pi) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a - \frac{\sqrt{3}}{2}b = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow b + \frac{\sqrt{3}}{2}b = \sqrt{3} + \frac{3}{2} \Rightarrow b \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از مبدأ می‌گذرد بنابراین مختصات مبدأ  $O(0, 0)$  را درون تابع قرار می‌دهیم تا یک رابطه بر حسب  $a$  و  $b$  به دست آید.

$$(0, 0) \in f \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow b = -a$$

$$y = a - a \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) = a \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right) \Rightarrow \max = 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -2$$



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۴)

$$y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow y = a + b \sin x$$

چون به ازای  $x > 0$ ، شروع صعودی است پس  $b > 0$

$$y_{\max} = a + b = 3$$

$$f\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow a + b \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow a - \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow b = 2a \Rightarrow a + 2a = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 1 + 2 \sin x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۵)  
ابتدا ضابطه تابع را ساده می کنیم

$$y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Rightarrow y = a + b \cos(x)$$

با توجه به نمودار تابع که عرض از مبدأ آن می نیمم است بنابراین باید ضریب کسینوس منفی باشد ( $b < 0$ ) در نتیجه به ازای  $x = \pi$  باید نمودار ماکزیمم شود یعنی نقطه ماکزیمم با عرض ۳ دارای طول  $\pi$  است و تابع از نقاط  $A(\pi, 3)$  و  $B\left(\frac{7\pi}{3}, 0\right)$  می گذرد.

$$A(\pi, 3) \Rightarrow a + b \cos(\pi) = 3 \Rightarrow a - b = 3$$

$$B\left(\frac{7\pi}{3}, 0\right) \Rightarrow a + b \cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + b \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0$$

بنابراین  $a = 1$ ،  $b = -2$  می باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۶)

$$\text{برعکس Sin} \quad b < 0 \Rightarrow \text{Max} = a + |b| = \frac{3}{2} \Rightarrow a - b = \frac{3}{2}$$

$$A = \left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \Rightarrow a + b\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} a - b = \frac{3}{2} \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس

