



علی هاشمی

نام آزمون: احتمال

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱ - دو سکه را تا زمانی که برای اولین بار هر دو پشت ظاهر شوند، با هم پرتاب می کنیم. احتمال آنکه در پرتاب چهارم این نتیجه حاصل شود، چقدر است؟

۲ - دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگر هستند. اگر $\frac{1}{3} = P(A|B) = P(B|A)$ ، احتمال آنکه حداقل یکی از پیشامدهای A و B رخ دهد، کدام است؟

۳ - در یک خانواده ی ۴ فرزندی، می دانیم حداقل یکی از فرزندان پسر است. احتمال آنکه این خانواده دقیقاً ۳ پسر داشته باشد، کدام است؟

۴ - خانواده ای دارای ۷ فرزند است. اگر بدانیم ۲ فرزند اول این خانواده پسر هستند، احتمال آنکه این خانواده حداقل ۵ پسر داشته باشد، کدام است؟

۵ - احتمال عدم موفقیت یک عمل برای شخص A برابر $\frac{2}{5}$ و برای شخص B برابر $\frac{5}{8}$ است. با کدام احتمال، این عمل جراحی حداقل برای یکی از این دو نفر موفقیت آمیز است؟



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس



۶- شش کارت سبز با شماره‌های ۱ تا ۶ و شش کارت زرد با شماره‌های ۱ تا ۶ داریم. به تصادف دو کارت از بین آن‌ها بیرون می‌کشیم. اگر مجموع شماره‌های دو کارت ۸ باشد، با کدام احتمال دو کارت هم‌رنگ هستند؟

۷- درون ظرفی ۶ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه وجود دارد. در مرحله‌ی اول ۲ مهره با هم و بدون جایگذاری از ظرف خارج می‌کنیم و در مرحله‌ی دوم ۱ مهره‌ی دیگر از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط در یکی از مرحله‌ها، ۱ مهره‌ی سفید خارج می‌شود؟

۸- احتمال پیشامد آن که مجموع عددهای رو شده در پرتاب تاس‌ها کم‌تر از پنج باشد، در فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس، چند برابر احتمال این پیشامد در فضای نمونه‌ای پرتاب سه تاس است؟

۹- تاسی را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه در همه‌ی پرتاب‌ها مقسوم‌علیه ۸ ظاهر شده باشد، کدام است؟

۱۰- در کیسه‌ای ۴ مهره‌ی سیاه و تعدادی مهره‌ی سبز موجود است. ۲ مهره با هم از این کیسه بیرون می‌آوریم. اگر احتمال هم‌رنگ بودن مهره‌ها $\frac{3}{7}$ باشد، تعداد مهره‌های سبز، کدام است؟





۱۱ - جعبه‌ای شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه است. از داخل جعبه، ابتدا یک مهره با جایگذاری بر می‌داریم. سپس دو مهره‌ی دیگر یکی پس از دیگری و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دومین مهره‌ی سفید، بلافاصله بعد از اولین مهره‌ی سیاه خارج می‌شود؟

۱۲ - احتمال بهبودی شخص A پس از یک عمل جراحی ۴۰ درصد و احتمال بهبودی شخص B ، ۷۰ درصد است. اگر این دو نفر تحت عمل قرار بگیرند، چه قدر احتمال دارد که فقط یک نفر از آن‌ها پس از عمل جراحی بهبود یابد؟

۱۳ - در مطالعات ژنتیکی نشان داده شده است که ۴۰ درصد ژن‌های تعیین‌کننده عامل RH خون منفی‌اند. در یک خانواده دو فرزند، با چه احتمالی RH خون حداقل یکی از فرزندان مثبت است؟

۱۴ - سه تاس را پرتاب کرده‌ایم. عدد رو شده‌ی هر تاس کم‌تر از ۵ است. با چه احتمالی حداقل عدد رو شده دو تاس یکسان است؟

۱۵ - اگر $P(A|B) = \frac{2}{5}$ و $P(B|A) = \frac{1}{3}$ ، حاصل $\frac{P(B)}{P(A)}$ کدام است؟





۱۶- در داخل کیسه‌ای ۶ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی زرد و ۵ مهره‌ی سیاه وجود دارد. سه مهره به تصادف از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال سه مهره خارج شده‌ی فقط از ۲ رنگ مختلف هستند؟

۱۷- دو تاس را پرتاب کرده و پیشامد A را «فرد بودن حداقل یکی از تاس‌ها» تعریف کرده‌ایم. پیشامد B کدام باشد تا احتمال وقوع A به شرط وقوع B کم‌ترین مقدار را داشته باشد؟

۱۸- ۷ مهره‌ی یکسان با شماره‌های ۱، ۲، و ۷ در کیسه‌ای وجود دارند. اگر سه مهره را با هم و به تصادف از کیسه خارج کنیم با کدام احتمال مجموع اعداد نوشته شده روی این مهره‌ها عددی زوج است؟

۱۹- در پرتاب دو تاس با هم، اگر اختلاف ارقام رو شده حداکثر ۳ باشد، با کدام احتمال هر دو رقم ظاهر شده زوج هستند؟

۲۰- اگر دو پیشامد A و B آن باشند که به ترتیب در پرتاب ۴ و ۸ سکه، تعداد حالت‌های رو، سه برابر تعداد حالت‌های پشت باشد، آن‌گاه نسبت احتمال پیشامد A به احتمال پیشامد B چگونه است؟

۲۱- یک سکه و یک تاس را با هم می‌اندازیم، احتمال آن که تاس عدد ۵ یا سکه پشت بیاید، کدام است؟





۲۲- اگر برای دو پیشامد مستقل A و B ، $P(B) = \frac{12}{25}$ و $P(A \cup B) = \frac{17}{25}$ باشد، $P(A - B)$ کدام است؟

۲۳- دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. اگر هر دو عدد ظاهر شده فرد باشند، چقدر احتمال دارد مجموع آن ها کمتر از ۶ باشد؟

۲۴- خانواده ای دارای ۴ فرزند است. اگر بدانیم فرزند اول دختر است، آن گاه با کدام احتمال این خانواده حداقل دو دختر دارد ولی همه ی فرزندان دختر نیستند؟

۲۵- اگر $P(A|B') = P(B) = 0.2$ ، آن گاه $P(A - B)$ کدام است؟

۲۶- احتمال این که شخصی گروه خونی A^+ داشته باشد، 0.2 و احتمال این که ناراحتی قلبی داشته باشد، 0.3 است. احتمال این که این شخص ناراحتی قلبی یا گروه خونی A^+ داشته باشد کدام است؟





۲۷- در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی سفید، ۳ مهره‌ی سبز و ۲ مهره‌ی قرمز وجود دارد. از این جعبه سه مهره به تصادف، پی‌درپی و بدون جای‌گذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این که مهره‌های اول و سوم هم رنگ نباشند، کدام است؟

۲۸- تمام حرف‌های کلمه‌ی «*Completely*» را به طور تصادفی کنار هم می‌چینیم. با چه احتمالی دو حرف *e* کنار هم قرار می‌گیرند؟

۲۹- از میان ۷ کشتی‌گیر و ۵ وزنه‌بردار ۳ نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم احتمال آن که حداقل یک نفر کشتی‌گیر نباشد کدام است؟

۳۰- در یک خانواده‌ی ۴ فرزند اگر خانواده حداقل دو پسر داشته باشد، احتمال آن که تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشند، چقدر است؟





پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ احتمال آنکه در پرتاب دو سکه، هر دو پشت ظاهر شوند برابر $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ است. برای آنکه فقط در پرتاب چهارم هر دو سکه پشت ظاهر شوند باید در هر یک از سه پرتاب اول، دو سکه با هم پشت نیایند و احتمال آنکه در هر پرتاب دو سکه با هم پشت نیایند برابر $\frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}$ است. بنابراین احتمال مطلوب برابر است با:

$$\text{احتمال مطلوب} = \underbrace{\frac{3}{4}}_{\text{پرتاب اول با هم پشت نیایند}} \times \underbrace{\frac{3}{4}}_{\text{پرتاب دوم با هم پشت نیایند}} \times \underbrace{\frac{3}{4}}_{\text{پرتاب سوم با هم پشت نیایند}} \times \underbrace{\frac{1}{4}}_{\text{پرتاب چهارم هر دو پشت بیایند}} = \frac{27}{256}$$

۲ - گزینه ۲ اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند $P(A|B) = P(A)$ و $P(B|A) = P(B)$ است.

$${}^2P(B|A) = P(A|B) = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{مستقل } A, B} {}^2P(B) = P(A) = \frac{1}{3} \rightarrow P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \xrightarrow{\text{مستقل } A, B} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{6}\right) = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

۳ - گزینه ۴ چون حداقل یکی از فرزندان پسر است بنابراین حالتی که هر ۴ فرزند دختر باشند وجود ندارد پس فضای نمونه‌ی جدید $15 = 2^4 - 1$ می‌شود.

$$\text{پسر} \rightarrow \text{دقیقاً ۳ پسر} \rightarrow PPPD \rightarrow n(A) = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{4}{15} \text{ است.}$$

۴ - گزینه ۲ باتوجه به اینکه ۲ فرزند اول این خانواده پسر هستند و می‌خواهیم که این خانواده حداقل ۵ پسر داشته باشد بنابراین در پنج فرزند بعدی باید حداقل ۳ پسر وجود داشته باشد.

$$n(S) = 2^5 = 32$$

$$\text{حداقل ۳ پسر} \rightarrow PPPDD \text{ یا } PPPPD \text{ یا } P PPPP \rightarrow n(A) = \frac{5!}{3!2!} + \frac{5!}{4!} + 1 = 10 + 5 + 1 = 16$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \text{ است.}$$

۵ - گزینه ۳ موفقیت آمیز بودن عمل جراحی برای افراد A و B دو پیشامد مستقل از هم هستند.

(هیچ کدام عمل موفقیت آمیز نداشته باشند) $1 - P$ (حداقل یکی از دو نفر عمل موفقیت آمیز داشته باشد)

$$= 1 - (0.2)(0.25) = 1 - 0.05 = 0.95$$

۶ - گزینه ۲

$$S_{\text{جدید}} = \left\{ \begin{array}{l} \text{سبز زرد سبز زرد سبز زرد سبز زرد} \\ (2, 6), (3, 5), (2, 6), (3, 5), (4, 4) \\ \text{زرد زرد زرد زرد سبز سبز سبز سبز} \\ (2, 6), (3, 5), (2, 6), (3, 5) \end{array} \right\} \rightarrow n(S) = 9$$

$$A = \left\{ \begin{array}{l} \text{زرد زرد زرد زرد} \\ (2, 6), (3, 5), (2, 6), (3, 5) \end{array} \right\} \rightarrow n(A) = 4$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{4}{9} \text{ است.}$$

۷ - گزینه ۲ وقتی گفته می‌شود که فقط در یکی از مرحله‌ها، یک مهره‌ی سفید خارج می‌شود یعنی:

(۱) فقط در مرحله‌ی اول، یک مهره‌ی سفید خارج می‌شود و در مرحله‌ی دوم، سفید خارج نمی‌شود.

(۲) در مرحله‌ی اول، سفید خارج نمی‌شود و در مرحله‌ی دوم، فقط یک مهره‌ی سفید خارج می‌شود.

$$1) \frac{\binom{6}{1} \binom{4}{1}}{\binom{10}{2}} \times \frac{\overbrace{3}^{\text{سفید و ۳ سیاه}}}{\underbrace{8}_{\text{سفید خارج نشود}}} = \frac{24}{45} \times \frac{3}{8} = \frac{72}{4 \times 45}$$

یک سفید خارج شود



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس



$$2) \frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} \times \frac{\binom{6}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{6}{45} \times \frac{6}{8} = \frac{36}{8 \times 45}$$

عقید و سیاه ۲
سفید خارج شود

سفید خارج نشود

پس $P(A) = \frac{10 \times 8}{8 \times 45} = \frac{36}{8 \times 45} = \frac{3}{10}$ است.

۸ - گزینه ۳

مجموع دو تاس کمتر از ۵: $\begin{cases} 4 \rightarrow (1, 3)(3, 1)(2, 2) \\ 3 \rightarrow (1, 2)(2, 1) \\ 2 \rightarrow (1, 1) \end{cases} \rightarrow P_1 = \frac{3+2+1}{6^2} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

مجموع سه تاس کمتر از ۵: $\begin{cases} 4 \rightarrow (2, 1, 1)(1, 2, 1)(1, 1, 2) \\ 3 \rightarrow (1, 1, 1) \end{cases} \rightarrow P_2 = \frac{3+1}{6^3} = \frac{4}{6^3}$

پس: $\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{4}{6^3}} = \frac{6^3}{4 \times 6} = \frac{6^2}{4} = \frac{36}{4} = 9$

۹ - گزینه ۲ فضای نمونه‌ای برابر $6^3 = 216$ است. مقسوم‌علیه‌های عدد ۸ عبارتند از ۱ و ۲ و ۴، پس باید در هر ۳ پرتاب یکی از اعداد ۱، ۲ یا ۴ ظاهر شوند بنابراین هر پرتاب ۳ حالت دارد.

$$\boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{3} = 27 \rightarrow n(A) = 27$$

پس $P(A) = \frac{27}{216} = \frac{1}{8}$ است.

۱۰ - گزینه ۲ اگر تعداد مهره‌های سبز را x در نظر بگیریم، در کیسه ۴ مهره سیاه و x مهره سبز و در کل $x + 4$ مهره وجود دارد.

$$n(S) = \binom{x+4}{2} = \frac{(x+4)(x+3)}{2}$$

$$n(A) = \binom{4}{2} + \binom{x}{2} = 6 + \frac{x(x-1)}{2}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \rightarrow \frac{3}{7} = \frac{6 + \frac{x(x-1)}{2}}{\frac{(x+4)(x+3)}{2}} \rightarrow \frac{3}{7} = \frac{12 + x^2 - x}{x^2 + 7x + 12}$$

$$\rightarrow 84 + 7x^2 - 7x = 3x^2 + 21x + 36 \rightarrow 4x^2 - 28x + 48 = 0 \rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$\rightarrow (x-4)(x-3) = 0 \rightarrow x = 4, x = 3$$

توجه کنید که $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$ است.

۱۱ - گزینه ۴ برای آنکه دومین مهره سفید، بلافاصله بعد از اولین مهره سیاه خارج شود، باید مهره اول سفید و مهره دوم سیاه و مهره سوم سفید خارج شده باشند.

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{4}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{10}{81}$$

مهره اول سفید
مهره دوم سیاه
مهره سوم سفید

(۴ سفید و ۵ سیاه)
(۴ سفید و ۵ سیاه)
(۴ سفید و ۴ سیاه)

۱۲ - گزینه ۱

(شخص B بهبود یابد و شخص A بهبود نیابد) $+ P$ (شخص A بهبود یابد و شخص B بهبود نیابد) $=$ احتمال مطلوب

$$= \left(\frac{40}{100} \times \frac{30}{100} \right) + \left(\frac{70}{100} \times \frac{60}{100} \right) = 0,12 + 0,42 = 0,54$$

۱۳ - گزینه ۳ برای آنکه RH خون فردی منفی باشد باید دو ژن منفی داشته باشد.

$$P(RH^-) = \frac{40}{100} \times \frac{40}{100} = 0,16$$

$P(RH)$ خون هر دو فرزند منفی باشد $= 1 - P(\text{حداقل } RH \text{ خون یکی از فرزندان مثبت باشد})$

$$= 1 - (0,16)(0,16) = 0,9744$$

۱۴ - گزینه ۴

چون عدد رو شده‌ی هر تاس کمتر از ۵ است فضای نمونه‌ی جدید به صورت $n(S) = 4 \times 4 \times 4$ در می‌آید.





(عددهای رو شده هر سه تاس متمایز باشند) $P = 1 - P(\text{حداقل عدد رو شده دو تاس یکسان باشد})$

$$= 1 - \frac{4 \times 3 \times 2}{4 \times 4 \times 4} = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

۱۵ - گزینه ۱

$$P(A|B) = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{5}$$

$$P(B|A) = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{3}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\frac{P(A \cap B)}{P(B)}}{\frac{P(A \cap B)}{P(A)}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{3}} \rightarrow \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{6}{5} \rightarrow \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{5}{6}$$

۱۶ - گزینه ۳ حالاتی که مطلوب مسأله نمی‌باشند این دو حالت هستند: (۱) سه مهره از سه رنگ مختلف باشند. (۲) هر سه مهره از یک رنگ باشند. احتمال این دو حالت را حساب کرده و از یک کم می‌کنیم.

$$n(S) = \binom{15}{3} = \frac{15 \times 14 \times 13}{6} = 455$$

سه مهره از سه رنگ مختلف: $\binom{6}{1} \binom{4}{1} \binom{5}{1} = 6 \times 4 \times 5 = 120$

$$\rightarrow n(A) = 154$$

هر سه مهره از یک رنگ: $\binom{6}{3} + \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 20 + 4 + 10 = 34$

پس $P(A) = 1 - \frac{154}{455} = \frac{301}{455} = \frac{43}{65}$ است.

۱۷ - گزینه ۴ باید در هر گزینه $P(A|B)$ را بدست آوریم (A : فرد بودن حداقل یکی از تاس‌ها و B : در هر گزینه مشخص شده است)

گزینه ۱ اول: $B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\} \rightarrow P(A|B) = \frac{3}{3} = 1$

گزینه ۲ دوم: $B = \{(1, 3), (3, 1), (2, 2)\} \rightarrow P(A|B) = \frac{2}{3}$

گزینه ۳ سوم: $B = \{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\} \rightarrow P(A|B) = \frac{2}{3}$

گزینه ۴ چهارم: $B = \{(4, 6), (6, 4), (5, 5)\} \rightarrow P(A|B) = \frac{1}{3}$

پس در گزینه ۴ چهارم، $P(A|B)$ کمترین مقدار را دارد.

۱۸ - گزینه ۴ فضای نمونه‌ی آزمایش $n(S) = \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$ است. دقت کنید مجموع سه عدد، وقتی زوج است که هر سه زوج باشند یا دو تای آنها فرد و یکی از آنها زوج باشد. (از ۱ تا ۷ چهار عدد فرد و سه عدد زوج وجود دارد).

$$n(A) = \binom{3}{3} + \binom{4}{2} \binom{3}{1} = 1 + 12 = 13$$

پس $P(A) = \frac{13}{35}$ است.

۱۹ - گزینه ۲ از ۳۶ حالت دو تاس، حالت‌های (۱، ۵)، (۶، ۱)، (۶، ۲)، (۱، ۶)، (۲، ۶) و (۱، ۶) را نداریم، چون اختلاف از ۳ بیشتر است پس $n(S) = 30$ است.

$$A = \{(2, 2), (2, 4), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 4)\} \rightarrow n(A) = 6$$

پس $P(A) = \frac{6}{30}$ است.

۲۰ - گزینه ۴ احتمال آن که در n پرتاب یک سکه‌ی سالم، k بار رو (k بار پشت) داشته باشیم از دستور $\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$ حاصل می‌شود.

پیشامد A معادل آن است که در پرتاب ۴ سکه، ۳ بار رو بیاید داریم: $P(A) = \frac{\binom{4}{3}}{2^4} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

پیشامد B معادل آن است که در پرتاب ۸ سکه، ۶ بار رو بیاید، داریم: $P(B) = \frac{\binom{8}{6}}{2^8} = \frac{28}{256} = \frac{7}{64}$





$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{7}{64}} = \frac{64}{42} = \frac{16}{7} > 2$$

پس:

۲۱ - گزینه ۲ اگر پیشامد A ، آن باشد که سکه پشت بیاید و پیشامد B آن باشد که تاس، عدد ۵ بیاید، آن گاه پیشامدهای A و B مستقل اند پس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}\right) = \frac{6+2-1}{12} = \frac{7}{12}$$

۲۲ - گزینه ۱

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$\rightarrow \frac{17}{25} = P(A) + \frac{12}{25} - \frac{12}{25}P(A) \rightarrow \frac{1}{5} = \frac{13}{25}P(A) \rightarrow P(A) = \frac{5}{13}$$

$$\text{از طرفی: } P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \rightarrow P(A \cap B) = \frac{5}{13} \times \frac{12}{25} = \frac{12}{65}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{13} - \frac{12}{65} = \frac{13}{65} = \frac{1}{5}$$

۲۳ - گزینه ۱

$$S_{\text{جیب}} = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)\} \rightarrow n(S) = 9$$

$$A = \{(1, 1), (1, 3), (3, 1)\} \rightarrow n(A) = 3$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

۲۴ - گزینه ۲ وقتی گفته می شود این خانواده، حداقل دارای دو دختر باشد یعنی این خانواده دارای ۲ یا ۳ یا ۴ دختر باشد و چون فرزند اول، دختر است و گفته شده که همه فرزندان، دختر نباشند یعنی احتمال اینکه از سه فرزند (فرزندان دوم و سوم و چهارم) یک یا دو فرزند دختر باشد را باید حساب کنید.

$$n(S) = 2^3 = 8$$

$$\left. \begin{aligned} DPP \rightarrow \frac{3!}{2!} &= 3 \\ DDP \rightarrow \frac{3!}{2!} &= 3 \end{aligned} \right\} \rightarrow n(A) = 6$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \text{ است.}$$

۲۵ - گزینه ۱

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \rightarrow 0.2 = \frac{P(A - B)}{1 - P(B)} \rightarrow 0.2 = \frac{P(A - B)}{1 - 0.2} \rightarrow P(A - B) = 0.16$$

۲۶ - گزینه ۱

$$A \rightarrow P(A) = 0.2 \text{ گروه خونی } A^+ \text{ داشتن:}$$

$$B \rightarrow P(B) = 0.3 \text{ ناراحتی قلبی داشتن:}$$

احتمال اینکه شخصی ناراحتی قلبی یا گروه خونی A^+ داشته باشد برابر است با:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\xrightarrow{A, B \text{ مستقل هستند}} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = 0.2 + 0.3 - (0.2)(0.3) = 0.44$$

۲۷ - گزینه ۲ چون حرفی از رنگ مهره‌ی دوم زده نشده است آن را در نظر نمی گیریم یعنی باید احتمال آنکه مهره‌های اول و دوم هم رنگ نباشند را حساب کنید.

(مهره‌های اول و دوم هم رنگ نباشند)

$$= 1 - P(\text{هر دو قرمز}) + P(\text{هر دو سبز}) + P(\text{هر دو سفید}) = 1 - (P(\text{هر دو قرمز}) + P(\text{هر دو سبز}) + P(\text{هر دو سفید}))$$

$$= 1 - \left(\left(\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \right) + \left(\frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \right) + \left(\frac{2}{9} \times \frac{1}{8} \right) \right) = 1 - \left(\frac{12}{72} + \frac{6}{72} + \frac{2}{72} \right) = 1 - \frac{20}{72} = \frac{52}{72} = \frac{13}{18}$$

۲۸ - گزینه ۳ ده حرف کلمه‌ی «completely» که دو حرف l و دو حرف e در آن یکسانند، به تعداد حالت‌های مقابل جایگشت دارند:

$$n(S) = \frac{10!}{2!2!}$$

دو حرف e را در کنار هم، یک شیء در نظر می گیریم که در این صورت، ۹ شیء خواهیم داشت که دو تای آن‌ها یکسانند (دو حرف l). پس اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم، داریم:

$$n(A) = \frac{9!}{2!} \text{ (completely)}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{\frac{9!}{2!}}{\frac{10!}{2!2!}} = \frac{9!2!}{10!} = \frac{1}{5} \text{ است.}$$





۲۹ - گزینه ۱ از روش متمم استفاده می‌کنیم. اگر A پیشامدی باشد که در آن حداقل یک نفر کشتی گیر نمی‌باشد، متمم آن یعنی A' پیشامدی است که همه‌ی آن ۳ نفر کشتی گیر هستند. پس داریم:

$$n(A') = \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35 \Rightarrow P(A') = \frac{35}{120} = \frac{7}{24} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$$

۳۰ - گزینه ۳

$\binom{4}{2}$ یا $\frac{4!}{2!2!}$ (PPDD) حالت: خانواده دارای دو پسر است.

$\binom{4}{3}$ یا $\frac{4!}{3!1!}$ (PPPD) حالت: خانواده دارای سه پسر است.

$\binom{4}{4}$ یا ۱ (PPPP) حالت: خانواده دارای چهار پسر است.

تعداد کل حالات فضای نمونه‌ای جدید برابر مجموع سه حالت فوق است:

$$n(S) = \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 6 + 4 + 1 = 11$$

اگر بخواهیم تعداد پسرها و دخترها در خانواده برابر باشند، خانواده باید ۲ فرزند پسر داشته باشد یعنی $\binom{4}{2} = 6$.

پس $P(A) = \frac{6}{11}$ است.



پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۶ - ۲	۱۱ - ۴	۱۶ - ۳	۲۱ - ۲	۲۶ - ۱
۲ - ۲	۷ - ۲	۱۲ - ۱	۱۷ - ۴	۲۲ - ۱	۲۷ - ۲
۳ - ۴	۸ - ۳	۱۳ - ۳	۱۸ - ۴	۲۳ - ۱	۲۸ - ۳
۴ - ۲	۹ - ۲	۱۴ - ۴	۱۹ - ۲	۲۴ - ۲	۲۹ - ۱
۵ - ۳	۱۰ - ۲	۱۵ - ۱	۲۰ - ۴	۲۵ - ۱	۳۰ - ۳



mydars

اپلیکیشن آموزشی مای درس