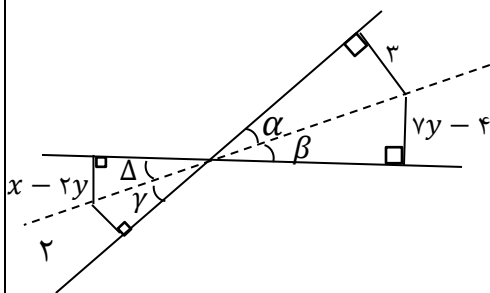
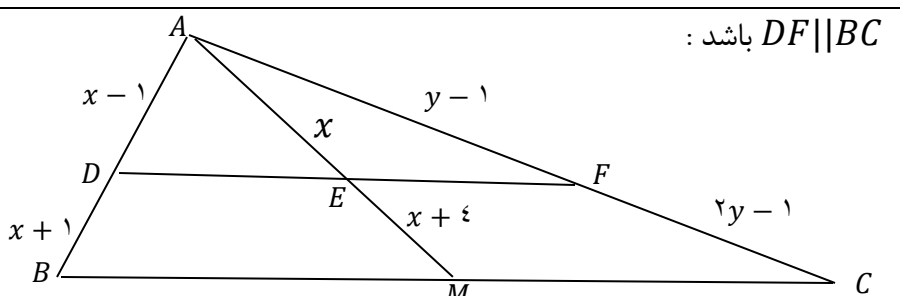
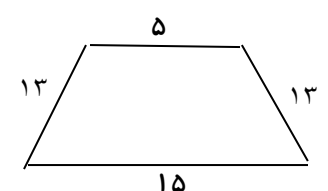
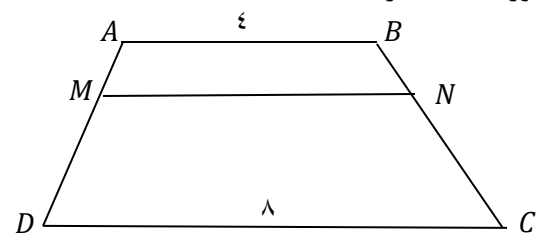




	سال تحصیلی: امتحان مستمر	آزمون فصل: دوم (هندسه) کتاب: ریاضی ۲ پایه: یازدهم رشته: تجربی	باسمه تعالی نام و نام خانوادگی: نام دبیر: اقدامی مقدم
نمره		سوالات	ردیف
۱ نمره		می دانیم فاصله نقطه A از خط l به اندازه $y - 2x$ و فاصله نقطه A از خط d به اندازه $4x + y$ است. اگر تنها یک نقطه روی l باشد که از A به فاصله ۷ واحد باشد، x ، y را بیابید.	۱
۱ نمره		نقطه های A ، B به فاصله ۱۲ سانتی متر از هم قرار دارند. چند نقطه در صفحه می توان یافت که: الف. از A به فاصله ۵ و از B به فاصله ۸ باشند؟ ب. از A به فاصله ۵ و از B به فاصله ۷ باشند؟ ج. از A به فاصله ۵ و از B به فاصله ۳ باشند؟	۲
۱ نمره		الف. اگر خطوط d ، l موازی نباشند، چند نقطه وجود دارد که از خطوط d ، l به فاصله ۴ واحد باشد؟ ب. نقطه A از خط d ، ۶ واحد فاصله دارد. چند نقطه وجود دارد که از نقطه A به اندازه ۷ واحد و از خط d به اندازه ۳ واحد فاصله داشته باشد؟	۳
۱ نمره		در رسم مثلث ABC با معلوم بودن اضلاع $AB = 7 - x$ و $AC = 2x + 2$ و ارتفاع AH وارد بر BC بصورت $2x - 5$ ، اگر یک مثلث قائم الزاویه تشکیل شده باشد، اندازه ضلع BC را بیابید.	۴
۱ نمره		اگر زوایای α ، β ، γ ، Δ مساوی باشند، x ، y را بیابید.	۵

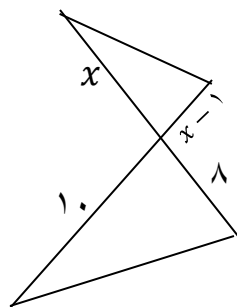
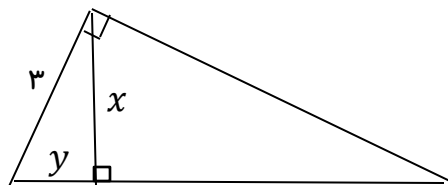
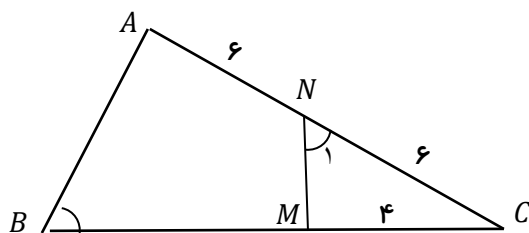
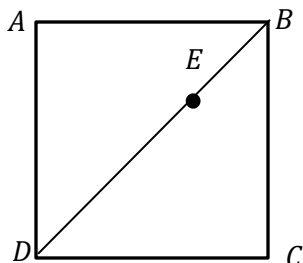




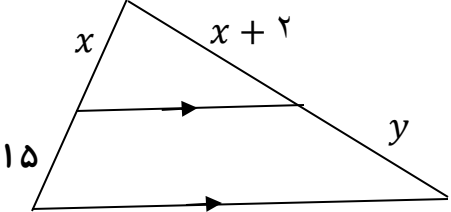
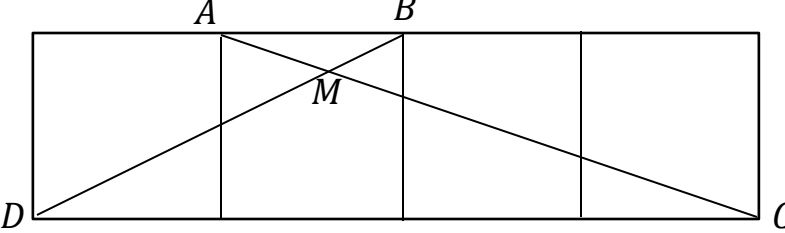
انمره	۶	اگر $\frac{a+2b}{a-2b} = \frac{1}{2}$ و $\frac{c}{c-2b} = \frac{3}{1}$ ، در اینصورت: $\frac{a+c}{b}$ را بیابید.
انمره	۷	در اثبات حکم به روش برهان خلف، با دانستن اینکه a, b, c, d اعدادی طبیعی هستند، جمله اول در روند اثبات هر مورد را بنویسید: الف. اگر $a < b$ آنگاه $a^2 < b^2$ ب. نمی توان برای یک زاویه دو نیمساز رسم کرد. ج. یک مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین است. د. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$
انمره	۸	احکام زیر را با یک مثال نقض، رد کنید: الف. هر عدد مثبت از مربع آن عدد کوچکتر است. ب. هر چهارضلعی که دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی داشته باشد، متوازی الاضلاع است. ج. برای هر عدد طبیعی، $3n^2 + n + 23$ عددی اول است. د. تنها زاویه ای تانژانت مثبت دارد که در ربع اول مثلثاتی باشد.
انمره	۹	x, y را بیابید اگر $DF \parallel BC$ باشد: 
انمره	۱۰	در دوزنقه متساوی الساقین زیر، فاصله نقطه برخورد ساق های دوزنقه از قاعده کوچکتر را بیابید. 
انمره	۱۱	در دوزنقه ABCD داریم: $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{4}$ ، در اینصورت MN را بیابید. 



۱۲	اگر $\frac{a_1}{2} = \frac{a_2}{5} = \frac{a_3}{8} = \dots = \frac{a_n}{59}$ باشد، مجموع $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ چند برابر a_2 است؟	انمره
۱۳	اگر در مربع به ضلع $2\sqrt{2}$ زیر داشته باشیم: $\frac{BE}{ED} = \frac{3}{5}$ ، فاصله نقطه E از وسط مربع را بیابید.	۱.۵ نمره
۱۴	اگر $\widehat{B} = \widehat{N}$ باشد، اندازه BM را بیابید.	۱.۵ نمره
۱۵	در مثلث زیر، x و y را بیابید.	انمره
۱۶	دو مثلث زیر متشابهند. نسبت مساحت های دو مثلث را بیابید.	انمره



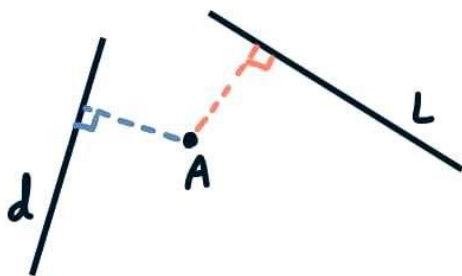


۱۷	اگر در شکل زیر نسبت مساحت مثلث کوچکتر به بزرگتر $\frac{4}{9}$ باشد، x، y را بیابید. 
۱۸	در شکل زیر چهار مربع به ضلع ۱ واحد کنار هم رسم شده است. اندازه AM را بیابید.  موفق باشید. اقدامی مقدم

پاسخ ها در ادامه مطلب...



جواب سوال ۱:



چون فاصله A تا L بصورت $y - 2x$ است و تنها یک نقطه روی L هست که فاصله اش تا A به اندازه ۱ است پس:

$$\textcircled{1} \quad y - 2x = 1$$

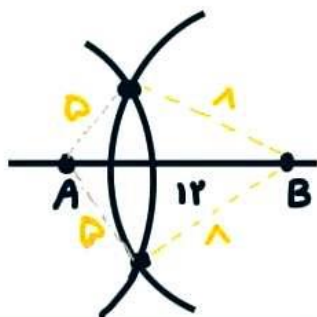
چون فاصله A تا d بصورت $4x + y$ است و تنها یک نقطه روی d هست که فاصله اش تا A به اندازه ۷ است پس:

$$\textcircled{2} \quad 4x + y = 7$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \begin{cases} y - 2x = 1 \\ 4x + y = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y - 4x = 2 \\ 4x + y = 7 \end{cases} \\ \textcircled{2} \quad & \rightarrow y = 3, x = 1 \end{aligned}$$

جواب سوال ۲:

الف)



از A به شعاع ۵ و از B به شعاع ۸ کمان می‌زنیم. محل برخورد دو دایره، نقاطی هستند که از A به اندازه ۵ و از B به اندازه ۸ واحد فاصله دارند. (دو نقطه) چون $5 + 8 = 13 > 12$

ب)



اگر از A به شعاع ۵ و از B به شعاع ۷ کمان بزنیم دو کمان تنها یک نقطه برخورد روی خط AB دارند. چون $5 + 7 = 12$ (یک نقطه)

ج)

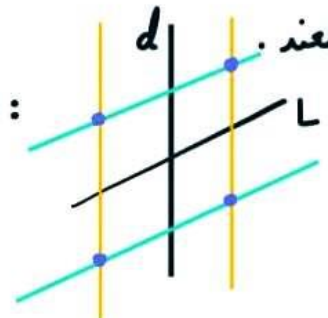
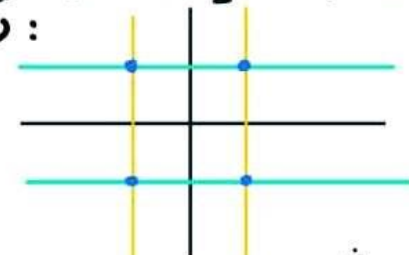


اگر از A به شعاع ۵ و از B به شعاع ۳ کمان بزنیم دو کمان با هم نقطه برخوردی ندارند. (هیچ نقطه) چون $5 + 3 = 8 < 12$



جواب سوال ۳:

الف. دو خط L و d موازی نباشند یعنی یا عمود بر هم اند یا متقاطعند.

اول:  دوم: 

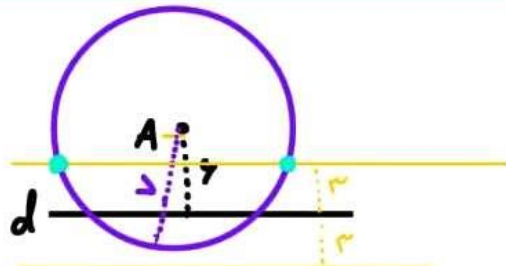
در هر دو حالت ۴ نقطه وجود دارد که در شرایط صدق می کنند.

توجه: می دانیم مجموع نقاطی که از یک خط به فاصله شش می هستند، در خط موازی در دو سمت خط هستند.

ب. می دانیم نقاطی که از A به فاصله ۷ واحد هستند روی محیط دایره ای به شعاع ۷ هستند.

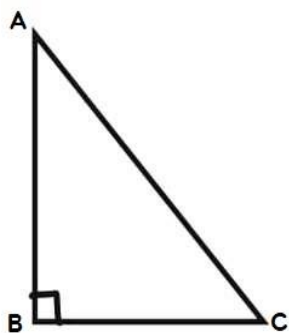
از طرفی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ هستند، در خط موازی در دو طرف خط به فاصله ۳ واحد هستند که نقاطی که برخورد این دایره و آن دو خط، دو نقطه است.

(در حقیقت این دو نقطه تنها نقاطی هستند که همزمان از نقطه A ، ۷ واحد و از خط d ، ۳ واحد فاصله دارند.)



جواب ۴:

زمانی مثلث ABC با اطلاعات داده شده قابل رسم است که $AC \neq AB$ و $AH = AC$ یا $AH = AB$ باشد. یعنی AH یکی از اضلاع AB و AC باشد.



$$AB \neq AC \rightarrow 2x + 2 \neq 7 - x \rightarrow 3x \neq 9 \Rightarrow x \neq 3$$

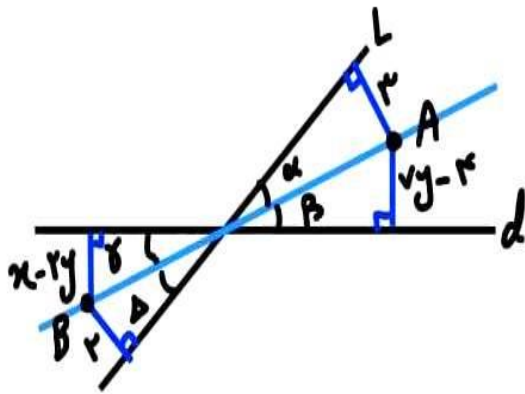
الف) $AH = AC \rightarrow 2x - 5 = 2x + 2 \rightarrow -5 = 2$
جواب حقیقی ندارد.

ب) $AH = AB \rightarrow 2x - 5 = 7 - x \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = 4$

حالت الف امکان ندارد. حالت ب ممکن است. پس $x = 4$ را درست در نظر می گیریم و داریم:

$$AB = 7 - 4 = 3, AC = 2(4) + 2 = 10 \rightarrow BC^2 = AC^2 + AB^2 \rightarrow BC^2 = 100 + 9 = 109$$

$$BC = \sqrt{109}$$



جواب ۵:

چون $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ پس نقطه A روی خطی از زاویه دو خط L و d قرار دارد. پس از دو خط L و d به یک فاصله است:

$$7y - 4 = 3 \rightarrow y = 1 \quad *$$

چون $\hat{\delta} = \hat{\epsilon}$ پس نقطه B روی خطی از زاویه دو خط L و d قرار دارد. پس از دو خط L و d به یک فاصله است:

$$x - 2y = 2 \xrightarrow{*} x - 2(1) = 2 \rightarrow x = 4$$

جواب ۶:

می دانیم $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ پس:

$$\frac{a+2b}{a-2b} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{a+2b+a-2b}{a-2b} = \frac{1+2}{2} \rightarrow \frac{2a}{a-2b} = \frac{3}{2} \rightarrow 4a = 3a - 6b \rightarrow \underline{a = -6b} \quad (1)$$

از طرفی:

$$\frac{c}{c-2b} = \frac{3}{1} \rightarrow c = 3c - 6b \rightarrow 2c = 6b \rightarrow \underline{c = 3b} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow a + c = -6b + 3b = -3b \rightarrow \text{پس: } \frac{a+c}{b} = \frac{-3b}{b} = -3$$



جواب سوال ۷:

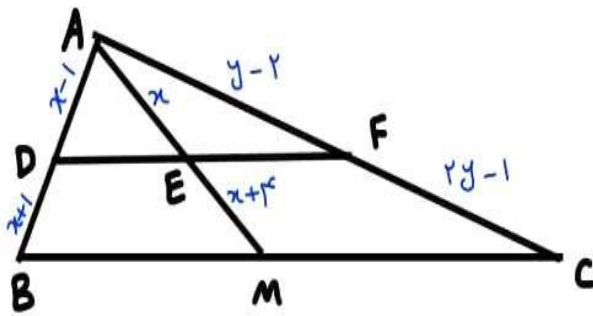
- می دانیم در اثبات به روش برهان خلف، باید برعکس حکم را، درست فرض کنیم.
- الف. فرض خلف: (فرض می کنیم $a^2 \nmid b^2$) یا اینکه بنویسیم (فرض می کنیم $a^2 \geq b^2$).
- ب. فرض خلف: (فرض می کنیم برای یک زاویه دو ضلع از رسم شده باشد.)
- ج. فرض خلف: (فرض کنیم مثلثی متساوی الساقین نباشد.)
- د. فرض خلف: (فرض می کنیم $ad \neq bc$)

جواب سوال ۸:

- الف. اگر آن عدد مثبت را کسر کو حلقه از واحد (عددی بنی صفر و یک) در نظر بگیریم، مثال نقض می شود. مثلاً: $\frac{1}{4} \nmid \frac{1}{2}$ و $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
- ب. دو زنگه متساوی الساقین، مثال نقض است. چون در ضلع موازی در ضلع مساوی دارد ولی متوازی الاضلاع نیست.
- ج. کافی است n را عدد 2^3 فرض کنیم آنجا از مل عبارت می توان از 2^4 فاکتور گرفت پس بر آن کسری پذیر می شود و عدد اول نیست: $3(2^3)^2 + (2^3) + 2^3 = 2^3(4 \times 2^4 + 1 + 1) = \dots$
مرکب
- د. اگر سینوس و کسینوس هم علامت باشند تا اثرات مثبت می شود. پس هم در ربع اول و هم در ربع سوم این امکان وجود دارد. مثال نقض می تواند هر زاویه ای از ربع سوم باشد مثلاً:
- $\alpha = 225^\circ \rightarrow \tan 225 = 1$
در ربع سوم مثبت



جواب سوال ۹:



در مثلث ABM : $DF \parallel BC \rightarrow$ تالس : $\frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{x+4}$

$$\rightarrow (x-1)(x+4) = x(x+1) \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + 4x - 4 = x^2 + x \rightarrow x = 2 \quad *$$

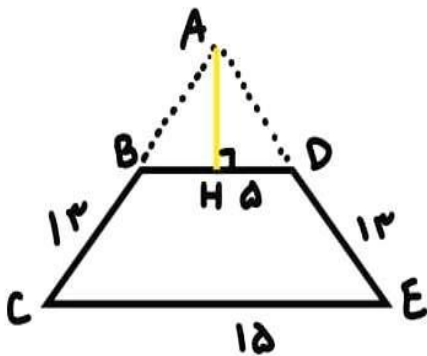
در مثلث AMC : $EF \parallel MC$: تالس : $\frac{AE}{EM} = \frac{AF}{FC} \rightarrow \frac{x}{x+4} = \frac{y-2}{2y-1}$

↑ قسیمی از خط BC
↑ قسیمی از خط DF

$$\rightarrow \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = \frac{y-2}{2y-1} \rightarrow 2y-1 = 3y-6$$

$$\rightarrow y = 5$$

جواب سوال ۱۰:



$BD \parallel CE \rightarrow$ تالس : $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CE}$

پس : $\frac{AB}{13+AB} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \rightarrow 13+AB = 3AB$
 $\rightarrow AB = \frac{13}{2}$

از طریق : $BH = \frac{1}{2} BD = \frac{5}{2}$

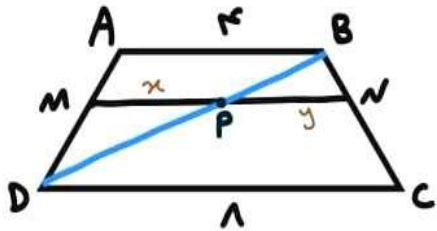
$$AH^2 = AB^2 - BH^2$$

پس طبق رابطه فیثاغورس در مثلث ABH داریم :

$$AH^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{169}{4} - \frac{25}{4} = \frac{144}{4} = 36 \rightarrow AH = 6$$



جواب سوال ۱۱:



$$\text{چون } \frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{4} \rightarrow \text{عکس قضیه} \rightarrow MN \parallel DC$$

خط DB را رسم می‌کنیم:

$$\Delta BDC : PN \parallel DC : \frac{BN}{BC} = \frac{PN}{DC} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{y}{8} \rightarrow y = 2$$

دقت کنیم که چون AM به نسبت یک به چهار از AD قرار دارد پس:

$$\frac{DM}{DA} = \frac{3}{4}$$



پس در مثلث ADB داریم:

$$MP \parallel AB \rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{MP}{AB} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x}{4} \rightarrow x = 3$$

بنابراین:

$$MN = MP + PN = x + y = 3 + 2 = 5$$

جواب سوال ۱۲:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots = \frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} \quad \text{می‌دانیم } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots \text{ نتیجه می‌دهد:}$$

$$\frac{a_r}{5} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{2 + 5 + 8 + \dots + 59} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{?}$$

از طرفی:

$$2 + 5 + 8 + \dots + 59 = \frac{r}{2} (2 + 59) = 61.$$

دنباله حسابی با قدر نسبت ۳

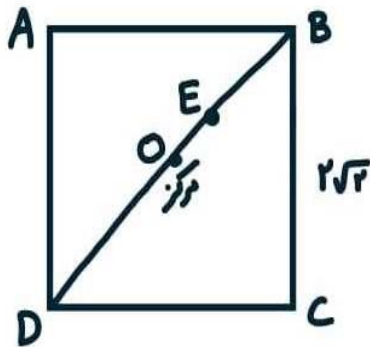
$$d=3 \rightarrow a_n = 3n - 1 \rightarrow 59 = 3n - 1 \rightarrow n = 20$$

$$\text{می‌دانیم } S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \text{ مجموع } n \text{ جمله اول}$$

$$\frac{a_r}{5} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{61} \rightarrow \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{a_r} = \frac{61}{5} = 12.2$$



جواب سوال ۱۳:



$$\frac{BE}{ED} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{BE}{BE+ED} = \frac{3}{3+5} \rightarrow \frac{BE}{BD} = \frac{3}{8}$$

از طرفی می‌دانیم قطر مربع به ضلع x برابر است با $x\sqrt{2}$ ، پس:

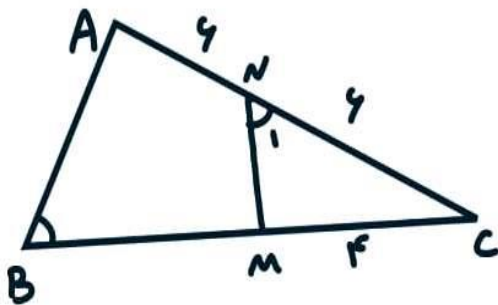
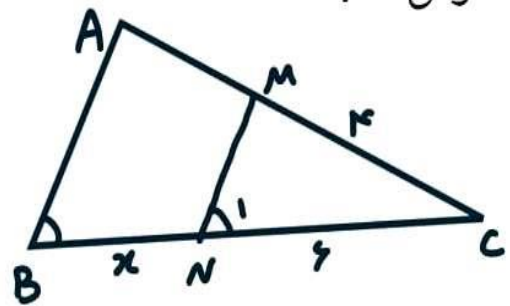
$$BD = (2\sqrt{2})\sqrt{2} = 4$$

$$\text{بنابراین: } \frac{BE}{BD} = \frac{3}{8} \rightarrow \frac{BE}{4} = \frac{3}{8} \rightarrow BE = \frac{3}{2} = 1,5$$

چون قطر مربع ۴ است، پس نصف قطر برابر است با $OB = 2$ و داریم:

$$OE = OB - BE \rightarrow OE = 2 - 1,5 = 0,5$$

جواب سوال ۱۴:

چون $\hat{B} = \hat{N}_1 \rightarrow$ پس از تساوی زوایای $\hat{B}$ و $\hat{N}_1$ نتیجه می‌گیریم $AB \parallel MN$ و می‌توانیم با برقرقیه تالس بنویسیم:

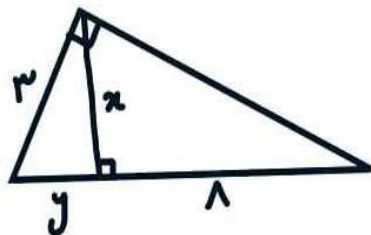
$$\frac{CM}{AC} = \frac{CN}{BC} \rightarrow \frac{4}{12} = \frac{6}{BC} \rightarrow BC = 18$$

و چون قبلاً به اندازه $MC = 4$ از ضلع BC مشخص شده بود، پس:

$$BM = BC - MC = 18 - 4 = 14$$

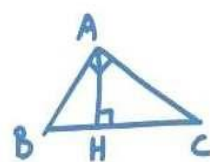


جواب سوال ۱۵:

می دانیم در مثلث قائم الزامیه ABC

این رابطه را داریم :

$$AH^2 = BH \cdot HC$$



$$\text{داریم: } x^2 = y \times 8 \rightarrow x^2 = 8y \quad (1)$$

$$(2) \quad x^2 = 3^2 - y^2 \rightarrow x^2 = 9 - y^2$$
 از طرفین منهای غور

$$(1), (2) \rightarrow x^2 = 8y = 9 - y^2 \rightarrow y^2 + 8y - 9 = 0 \rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = -9 \end{cases}$$
 قابل قبول غ

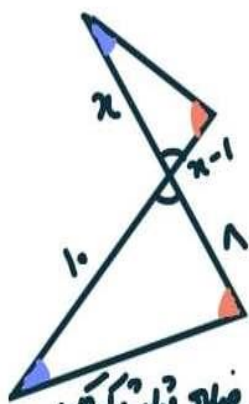
$$\text{پس: } x^2 = 8y = 8(1) \rightarrow x = \sqrt{8}$$

جواب سوال ۱۶:

چون گفته شده دو مثلث متشابه پس زاویه های نظیر مساویند

و ضلع های نظیر، متناسبند. و داریم :

$$\frac{x-1}{8} = \frac{x}{10} \rightarrow 10x - 10 = 8x \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$$



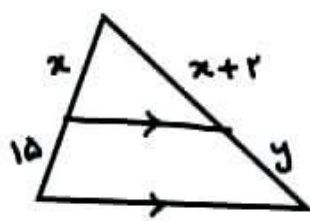
$$\text{پس نسبت اضلاع دو مثلث برابر است با: } \frac{\text{ضلع ثلث کوچک}}{\text{ضلع ثلث بزرگ}} = \frac{x-1}{8} = \frac{5-1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

پس بر این نسبت مساحت های دو مثلث، مجذور نسبت اضلاع آن است :

$$\frac{\text{مساحت ثلث کوچک}}{\text{مساحت ثلث بزرگ}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$



جواب سوال ۱۷:



$$\frac{\text{مساحت مثلث کوچک}}{\text{مساحت مثلث بزرگ}} = \frac{4}{9} \rightarrow \frac{\text{ضلع مثلث کوچک}}{\text{ضلع مثلث بزرگ}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

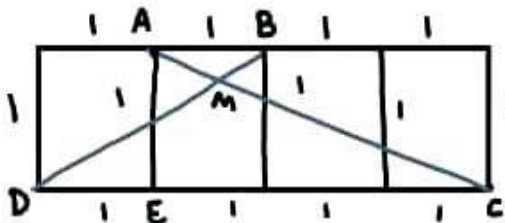
پس :

$$\frac{x}{x+15} = \frac{x+2}{x+2+y} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x}{x+15} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2(x+15) \Rightarrow 3x = 2x + 30 \Rightarrow \underline{x = 30}$$

$$\frac{x+2}{x+2+y} = \frac{2}{3} \xrightarrow{x=30} \frac{32}{32+y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 32 \times 3 = 2(32+y) \Rightarrow 96 = 64 + 2y \Rightarrow 32 = 2y \Rightarrow \underline{y = 16}$$

جواب سوال ۱۸ :



می دانیم $AB \parallel DC$ پس در مثلث MAB و MDC از زاویه دوزاویه برابر با هم متساویند و داریم :

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AB}{DC} \rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{AM}{AM+MC} = \frac{1}{1+3} \rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{1}{4}$$

از طرفی در مثلث AEC داریم :

$$AC^2 = AE^2 + EC^2 \rightarrow AC^2 = 1^2 + 3^2 = 10 \rightarrow AC = \sqrt{10}$$

پس :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{AM}{\sqrt{10}} = \frac{1}{4} \rightarrow AM = \frac{\sqrt{10}}{4}$$