

|                                                                                          |                         |                         |                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------|
| سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳                                                          | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه    | تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸ | ساعت شروع: ۹ صبح |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                             | رشته: ریاضی-فیزیک       | نام و نام خانوادگی:     | تعداد صفحه: ۲    |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲ |                         |                         |                  |
| ردیف                                                                                     | سؤالات (پاسخ نامه دارد) |                         |                  |
| نمره                                                                                     |                         |                         |                  |

استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ) مجاز است .

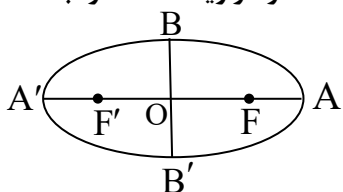
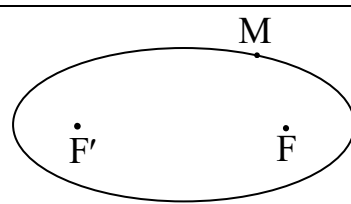
سؤالات فصل اول

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱ | الف) اگر در ماتریس قطری تمام درایه های روی قطر اصلی با هم برابر باشند، آن را ماتریس ..... می نامند.<br>ب) اگر $A = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس A برابر ..... است.<br>پ) هر ماتریس مربعی وارون پذیر است. (درست - نادرست) | ۰/۷۵ |
| ۲ | ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - j & i > j \\ i + j & i \leq j \end{cases}$ داده شده است، ماتریس $A^{-1}$ را به دست آورید.                                                                                                                                             | ۱/۲۵ |
| ۳ | در تساوی $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، مقدار x را بیابید.                                                                                                                                                     | ۱/۲۵ |
| ۴ | اگر $3A = \begin{bmatrix}  A  & -5 \\ 1 & 4 A  \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ A^{-1} $ را محاسبه کنید.                                                                                                                                                                                                           | ۱/۵  |
| ۵ | مقدار m را طوری بیابید که دستگاه $\begin{cases} mx + 9y = m + 1 \\ 4x + my = -4 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.                                                                                                                                                                                                 | ۱/۲۵ |

سؤالات فصل دوم

|   |                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۶ | الف) اگر صفحه ای بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد آن موازی نباشد و از رأس عبور نکند، آنگاه سطح مقطع حاصل یک ..... است.<br>ب) در هر سهمی، هر شعاع نوری که از کانون آن به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن موازی با محور سهمی باز خواهد گشت. (درست - نادرست) | ۰/۵  |
| ۷ | نقاط A، B، C و D در صفحه مفروض اند. نقطه ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید)                                                                                                                          | ۱    |
| ۸ | معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(0, 1)$ بوده و روی خط $3x + 4y + 6 = 0$ و تری به طول $2\sqrt{5}$ جدا کند. سپس محل تلاقی آن دایره با محور y ها را بیابید.                                                                                            | ۱/۵  |
| ۹ | وضعیت دو دایره به معادلات $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$ و $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 6 = 0$ را نسبت به هم تعیین کنید. (با ارائه راه حل)                                                                                                                               | ۱/۲۵ |

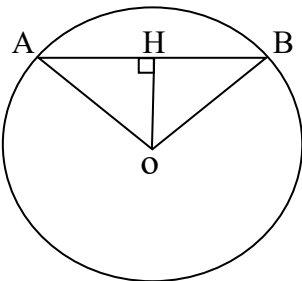
ادامه سؤالات در صفحه دوم

|                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                       |                         |  |                         |  |                  |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|--|-------------------------|--|------------------|--|
| سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                       | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه    |  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸ |  | ساعت شروع: ۹ صبح |  |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                       | رشته: ریاضی- فیزیک      |  | نام و نام خانوادگی:     |  | تعداد صفحه: ۲    |  |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲ |                                                                                                                                                                                                                                                       |                         |  |                         |  |                  |  |
| ردیف                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                       | سؤالات (پاسخ نامه دارد) |  |                         |  |                  |  |
| نمره                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                       |                         |  |                         |  |                  |  |
| ۱۰                                                                                       | در یک بیضی با کانون های $F$ و $F'$ ، طول قطر کوچک نصف طول قطر بزرگ است. اندازه زاویه $\widehat{FBF'}$ را به دست آورید.                                                                                                                                |                         |  |                         |  |                  |  |
|         |                                                                                                                                                                                                                                                       |                         |  |                         |  |                  |  |
| ۱۱                                                                                       | معادله سهمی با کانون $F(1,2)$ و خط هادی $x = -3$ را بنویسید.                                                                                                                                                                                          |                         |  |                         |  |                  |  |
| ۱۲                                                                                       | در شکل مقابل، نقطه $M$ روی بیضی با کانون های $F$ و $F'$ مشخص شده است. خط $d$ را به گونه ای رسم کنید که در نقطه $M$ بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه $F'$ خطی موازی با $MF$ رسم کنید تا خط $d$ را در نقطه ای مانند $N$ قطع کند. ثابت کنید $NF' = MF'$ . |                         |  |                         |  |                  |  |
|         |                                                                                                                                                                                                                                                       |                         |  |                         |  |                  |  |
| سؤالات فصل سوم                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                       |                         |  |                         |  |                  |  |
| ۱۳                                                                                       | الف) نقطه $(-2,3,-1)$ در ناحیه ششم مختصاتی قرار دارد. (درست - نادرست)<br>ب) حاصل $\vec{j} \cdot ((\vec{i} \times \vec{k}) \times \vec{i})$ برابر ..... است.                                                                                           |                         |  |                         |  |                  |  |
| ۱۴                                                                                       | مقدار $m$ را طوری بیابید که زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (m,0,2)$ و $\vec{b} = (2,-2,0)$ برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد.                                                                                                                                 |                         |  |                         |  |                  |  |
| ۱۵                                                                                       | اگر $\vec{a} = (2,-1,1)$ ، $\vec{b} = (-1,2,0)$ و $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j}$ باشند، تصویر قائم بردار $\vec{a} + \vec{b}$ بر امتداد بردار $2\vec{c} - \vec{b}$ را به دست آورید.                                                                     |                         |  |                         |  |                  |  |
| ۱۶                                                                                       | اگر $\vec{a} = (-2,0,1)$ و $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ باشند، مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a} - \vec{j}$ و $\vec{b}$ تولید می شود را حساب کنید.                                                                                   |                         |  |                         |  |                  |  |
| ۱۷                                                                                       | اگر سه بردار $\vec{a} = (m,-1,1)$ ، $\vec{b} = (1,-1,1)$ و $\vec{c} = (1,m,-1)$ در یک صفحه واقع باشند، مقدار $m$ را بیابید.                                                                                                                           |                         |  |                         |  |                  |  |
| ۲۰                                                                                       | جمع نمره                                                                                                                                                                                                                                              |                         |  |                         |  |                  |  |
| موفق و سربلند باشید                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                       |                         |  |                         |  |                  |  |

|                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |                         |  |                      |  |
|----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|-------------------------|--|----------------------|--|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | رشته: ریاضی فیزیک                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  | ساعت شروع: ۹ صبح        |  | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |  |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸ |  |                      |  |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |                         |  |                      |  |
| ردیف                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |                         |  |                      |  |
| نمره                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |                         |  |                      |  |
| ۱                                                                                | الف) اسکالر (۰/۲۵) ص ۱۲ (ب) ۱- (۰/۲۵) ص ۲۸ (پ) نادرست (۰/۲۵) ص ۲۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ۰/۲۵                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |                         |  |                      |  |
| ۲                                                                                | ص ۲۱ و ۲۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $A = \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}}_{(۰/۵)} \Rightarrow  A  = -1 \quad (۰/۲۵)$ $A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$                                                                    |  |                         |  |                      |  |
| ۳                                                                                | ص ۱۷                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | $\underbrace{\begin{bmatrix} x-2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)} = 0 \Rightarrow \underbrace{x^2 - 2x - 3}_{(۰/۵)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \quad (۰/۲۵) \\ x = 3 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$                                                                        |  |                         |  |                      |  |
| ۴                                                                                | ص ۳۰ و ۳۱                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $\underbrace{ 3A  = 4 A ^2 + 5}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{4 A ^2 - 9 A  + 5 = 0}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \begin{cases} \underbrace{ A =1}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{ A^{-1} =1}_{(۰/۲۵)} \\ \underbrace{ A =\frac{5}{4}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{ A^{-1} =\frac{4}{5}}_{(۰/۲۵)} \end{cases}$ |  |                         |  |                      |  |
| ۵                                                                                | ص ۲۶ و ۳۱                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $\underbrace{\frac{m}{4} = \frac{9}{m} \neq \frac{m+1}{-4}}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{m^2 = 36}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \begin{cases} m = 6 \quad (۰/۲۵) \\ m = -6 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ هر دو جواب قابل قبول                                                                                             |  |                         |  |                      |  |
| ۶                                                                                | الف) بیضی (۰/۲۵) ص ۳۵ (ب) درست (۰/۲۵) ص ۵۶                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ۰/۵                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |                         |  |                      |  |
| ۷                                                                                | مکان هندسی نقاطی که از نقاط A و B به یک فاصله‌اند: عمود منصف پاره خط AB است. (۰/۲۵)<br>مکان هندسی نقاطی که از نقاط C و D به یک فاصله‌اند: عمود منصف پاره خط CD است. (۰/۲۵)<br>محل برخورد دو عمود منصف، جواب مساله است. (۰/۲۵)<br>حالت‌های ممکن: یک جواب، بدون جواب، بی‌شمار جواب (۰/۲۵)<br>ص ۳۹<br>*اگر دانش آموزی با رسم شکل جواب‌ها را مشخص کرده باشد، نمره کامل لحاظ گردد* | ۱                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |                         |  |                      |  |
| « ادامه در صفحه دوم »                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |                         |  |                      |  |

|                                                                                  |                   |                         |                       |
|----------------------------------------------------------------------------------|-------------------|-------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳                                           | رشته: ریاضی فیزیک | ساعت شروع: ۹ صبح        | مدّت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                     |                   | تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸ |                       |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲ |                   |                         |                       |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|
|------|---------------|------|

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۸  | ص ۴۴<br><br>$OH = \frac{ 3(0) + 4(1) + 6 }{\sqrt{9+16}} = 2 \quad (0/25)$ $AB = 2\sqrt{5} \Rightarrow \underbrace{AH = \sqrt{5}}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{R = 3}_{(0/25)}$ $(x-0)^2 + (y-1)^2 = 9 \quad (0/25)$ $x=0 \Rightarrow \begin{cases} y=4 \Rightarrow (0,4) & (0/25) \\ y=-2 \Rightarrow (0,-2) & (0/25) \end{cases}$                                   | ۱/۵  |
| ۹  | $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1 \Rightarrow \underbrace{O(1,-2), R=1}_{(0/25)}$ $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 6 = 0 \Rightarrow \underbrace{O'(-3,-1), R'=4}_{(0/5)}, \quad d = OO' = \sqrt{17} \quad (0/25)$ <p>بنابراین دو دایره متقاطع هستند. <math>3 &lt; \sqrt{17} &lt; 5</math></p> <p>ص ۴۶ (۰/۲۵)</p>                                                                                                                                                               | ۱/۲۵ |
| ۱۰ | $\underbrace{BB' = \frac{1}{2}AA'}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{2b = \frac{1}{2}(2a)}_{(0/25)} \Rightarrow a = 2b$ $\underbrace{\cos \widehat{F'BO} = \frac{BO}{BF'} = \frac{b}{a} = \frac{1}{2}}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\widehat{F'BO} = 60^\circ}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\widehat{F'BF} = 120^\circ}_{(0/25)}$ <p>روش دوم: برای حل مسئله با استفاده از تانژانت زاویه <math>\widehat{F'BO}</math> نمره لحاظ گردد.</p> <p>ص ۵۸</p> | ۱/۲۵ |
| ۱۱ | ص ۵۲ و ۵۸<br>$F(\alpha + a, \beta) = (1, 2) \Rightarrow \begin{cases} \alpha + a = 1 \\ \beta = 2 \end{cases} \quad (0/25)$ $\left. \begin{matrix} x = \alpha - a \\ x = -3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \underbrace{\alpha - a = -3}_{(0/5)} \xrightarrow{\alpha+a=1} \begin{cases} a = 2 & (0/25) \\ \alpha = -1 & (0/25) \end{cases}$ $(y-2)^2 = 8(x+1) \quad (0/25)$ <p>روش دوم: برای حل مساله با استفاده از شکل، نمره لحاظ گردد.</p>             | ۱/۵  |

«ادامه در صفحه سوم»

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | نمره |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۲   | <p>مجموع <math>MF + MF'</math> کمترین مقدار است بنا به خاصیت کوتاه‌ترین مسیر، زاویه‌های <math>\hat{M}_1 = \hat{M}_2</math> (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی: <math>\hat{N} = \hat{M}_1</math> در نتیجه <math>MF \parallel NF'</math> و <math>d</math> مورب، (۰/۲۵)</p> <p>نتیجه می‌شود <math>\hat{N} = \hat{M}_2</math> (۰/۲۵)</p> <p>مثلث <math>MNF'</math> متساوی الساقین است.</p> <p>یعنی <math>MF' = NF'</math></p> <p>رسم شکل: (۰/۲۵)</p> <p>ص ۵۷</p> | ۱    |
| ۱۳   | <p>الف) درست (۰/۲۵) ص ۶۴</p> <p>ب) صفر (۰/۲۵) ص ۸۲</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۰/۵  |
| ۱۴   | <p>ص ۷۸</p> $\underbrace{\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{2m = (\sqrt{m^2 + 4})(2\sqrt{2})\left(\frac{1}{2}\right)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{4m^2 = 2m^2 + 8}_{(۰/۲۵)}$ $\Rightarrow \underbrace{m^2 = 4}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 & \text{قق} \\ m = -2 & \text{غقق} \end{cases} \quad \begin{matrix} (۰/۲۵) \\ (۰/۲۵) \end{matrix}$                          | ۱/۵  |
| ۱۵   | <p>ص ۷۵ و ۸۴</p> $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (1, 1, 1) \quad (۰/۲۵),$ $\vec{v} = \underbrace{2\vec{c} - \vec{b}}_{(۰/۲۵)} = (3, -4, 0) \Rightarrow \underbrace{ \vec{v}  = 5}_{(۰/۲۵)}, \quad \underbrace{\vec{u} \cdot \vec{v} = -1}_{(۰/۲۵)}$ $\vec{u}' = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{v} ^2} \vec{v} \Rightarrow \vec{u}' = \underbrace{\left(-\frac{3}{25}, \frac{4}{25}, 0\right)}_{(۰/۵)}$                                       | ۱/۵  |

۳

|                         |                  |                                                                                  |                                        |
|-------------------------|------------------|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| مدّت آزمون: ۱۲۰ دقیقه   | ساعت شروع: ۹ صبح | رشته: ریاضی فیزیک                                                                | راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳ |
| تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸ |                  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                     |                                        |
|                         |                  | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲ |                                        |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | نمره |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۶   | ص ۷۵ و ۸۴<br>$\vec{u} = \vec{a} - \vec{j} = (-2, -1, 1) \quad , \quad \vec{u} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = -\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k} \quad , \quad \underbrace{ \vec{u} \times \vec{b} }_{(0/25)} = \sqrt{75} \quad ,$ $S = \frac{5\sqrt{3}}{2} \quad (0/25)$ | ۱    |
| ۱۷   | $V = 0 \Rightarrow \underbrace{\left  \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \right }_{(0/75)} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} m & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \underbrace{m^2 - 2m + 1}_{(0/5)} = 0 \Rightarrow \underbrace{m = 1}_{(0/25)}$                                                              | ۱/۵  |
|      | "پیروز باشید"                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۲۰   |